

1. Beszámoló

A pályázat során kétdimenziós integrálható térelméleteket vizsgáltunk. Új módszereket fejlesztettünk ki egzakt megoldásukra és az eredményeinket alkalmaztuk mind statisztikus fizikai, mind pedig négydimenziós mértékelméleti modellek releváns kérdéseinek egzakt megválaszolására.

Munkásságunk három csoportra bontható, úgymint

1. Új módszerek és eljárások kifejlesztése és tesztelése játékmódokban,
2. ezek alkalmazása statisztikus fizikai rendszerekben, vagy
3. négydimenziós mértékelméleti problémák megoldására az AdS/CFT sejtésen keresztül.

Új módszerek és eljárások kifejlesztése és tesztelése játékmódokban

Szennyezést tartalmazó modellek formfaktorai és végestérfogati jellemzése

Axiómarendszert fejlesztettünk ki integrálható szennyezést tartalmazó elméletek operátorainak mátrixelemeire. Meghatároztuk a követelményeknek eleget tevő tömbben lokalizált operátorok mátrixelemeit és segítségükkel kifejeztük az operátorok korrelációs függvényeit. Felírtuk a szennyezéseken lokalizált operátorok formfaktorainak általános alakját és kiszámoltuk konkrét értéküket a szabad bozon és a Lee-Yang modell esetére. Ezen eredményeket numerikusan szeretnénk volna tesztelni ehhez a következő programot hajtottuk végre.

Megoldottuk az ultra-ibolya határesetben előálló defekt konform térelméletet, meghatározva az összes operátor mátrixelemeit és korrelációs függvényeit. A kapott mátrixelemeket felhasználva numerikus (DTCSA) programot fejlesztettünk ki a modell perturbációinak leírására. Ezután meghatároztuk a konform perturbációszámítás keretei között a modell integrálható perturbációit. Mivel az integrálható perturbációk véges térfogati spektruma ismert volt, így ez lehetőséget teremtett mind a DTCSA program, mind az alapjául szolgáló mátrixelemek ellenőrzésére. A formfaktorok ellenőrzéséhez meg kellett határoznunk végesméret-korrektúrákat.

Kifejlesztettük tehát a szennyezéseken lokalizált operátorok formfaktorainak véges térfogatú leírását. Ezen eredményeket a korábban megalkotott DTCSA programmal teszteltük, melyet renormálási csoportmódszerekkel megjavítottunk. Az elmélet és a numerikus számolás tökéletes egyezést adott.

Formfaktorok véges térfogatú leírása

Vizsgáltuk lokális operátorok mátrixelemeit véges térfogatban. Sikeresen összevetettük a sine-Gordon bulk és peremes lélegző formfaktorait a numerikus TCSA adatokkal, a peremes esetben igazolva ezzel Takács G. egy 2008-as eredményét a sinh-Gordon modell formfaktorairól. Ezen felül a mátrixelemek

vizsgálatával olyan, anomálishan nagy végesméret-korrekciókat azonosítottunk, amiknek jelentősége lehet pl. a rács QCD számításokban.

Formalizmust alkottunk véges térfogatú diagonális mátrixelemekre ún. nem-diagonális szórású elméletekben. A jóslatokat numerikusan ellenőriztük a sine-Gordon modellben, aminek érdekében implementáltunk egy numerikus és analitikus renormálási csoport módszerekkel fejlesztett TCSA módszert. Egyben megmutattuk, hogy a diagonális mátrixelemekre, diagonális szórás esetén az elmélet és a numerikus adatok között korábban talált eltérések a renormálási csoport segítségével kiküszöbölhetők, vagyis ezek korábbi sejtéseinknek megfelelően a numerikus módszer szisztematikus hibájaként jelentkező levágás-függésből eredtek.

Peremes form faktorok

Felbátorodva a szennyezéseken lokalizált operátorok matrix elemeinek egzakt meghatározásán visszatértünk a Lee-Yang modell peremen lokalizált operátorainak mátrixelemeihez. Sikerült explicit kifejezést találnunk az elemi peremes tér összes form faktorára egy elegáns determináns alakjában.

Integrálható térelméletek rácsregularizációi

Az integrálható térelméletek alaposabb megértése érdekében megkonstruáltuk a Lee-Yang modell egy integrálható rácsrealizációját három tér geometria esetén: az intervallumon, periódikus peremfeltétellel és egy szennyezéssel csavart peremfeltétellel. Mindhárom esetben egzakt integrálegyenleteket származtattunk a teljes (véges térfogatbeli) spektrum leírására. Ezen eredmények egyrészt alátámasztottak korábban megsejtett egyenleteket, másrészt megerősítették az integrálható keretben többnyire csak megsejtett olyan fizikai mennyiségeket, mint a részecskék transzmissziós vagy reflexiós faktora.

Statisztikus fizikai alkalmazások

Integrálhatóság alkalmazása általános statisztikus fizikai rendszerekre és a Coulomb gázokra

A kétdimenziós integrálható módszerek a statisztikus fizikában is fontosak. Az Acta Physica Slovaca folyóirat felkérésére egy összefoglalót írtunk erről, melynek könyvvé bővített változata a Cambridge University Press-nél jelent meg. A könyv a tradicionálisan vizsgált modellek széles körén és azok alkalmazásán túl felöleli az $(1+1)$ dimenziós kvantumtérelméleteket és a két dimenziós Coulomb gázokat. Kezdve a nemrelativisztikus egydimenziós Fermi és Bose gázokkal a könyv ismerteti a kvantum inverz szórás módszert a hozzákapcsolódó Yang-Baxter egyenlettel és elvezet egészen az integrálható Heisenberg modellekig. Vizsgálja továbbá a kondenzált anyagok fizikájában felbukkanó modelleket, tartalmazza a sine-Gordon elmélet teljes megoldását és a termodinamikai Bethe Ansatz újabb megközelítését. Minden egyes fejezet feladatokkal és azok

megoldásaival zárul, mely segíti az elmélet megértésének és alkalmazásának elmélyítését. A könyv a kvantummechanika és az egyensúlyi statisztikus fizika alapvető ismeretét feltételezi és hasznos mind doktori hallgatók, mind kutatók számára a statisztikus fizika, a kvantummechanika, a matematikai és elméleti fizika témakörében.

Véges hőmérsékletű korrelációs függvények vizsgálata

A véges térfogatbeli form faktorok elméletének eredményeit felhasználva vizsgáltunk végeshőmérsékletű korrelációs függvényeket. A véges hőmérsékletű két-pont függvényre vonatkozó korábban megalkotott spektrális kifejtést továbbfejlesztve, meghatároztuk a kifejtést az összes legfeljebb két részecskét tartalmazó járulékgig bezárólag. Az eredmény helyességét megmutattuk a Kubo-Martin-Schwinger reláció és a klaszterezés ellenőrzésével, valamint numerikus módszerrel. Ezen számításainkat a későbbiekben nemdiagonális elméletek form faktoraira is kiterjesztettük és azokat a sine-Gordon és szigma modellekben teszteltük.

Az egzakt végestérfogatú vákum várhatóértékeket megadó Leclair-Mussardo sort összehasonlítottuk TCSA eredményekkel, és kifejlesztettük a TCSA mátrixelemek renormalizációs csoport extrapolációját.

Korábbi munkáink alapján megkonstruáltuk a sine-Gordon modellben az exponenciális operátorok várható értékét véges hőmérsékleten, amit a DdV egyenlettel összevetve a korábban megfogalmazott sejtésünk egy nemtriviális ellenőrzéséhez is eljutottunk. Adtunk továbbá egy hasznos módszert a diagonális form faktorok kiszámítására is.

Integrálhatósági módszerek alkalmazása az AdS/CFT megfeleltetésre

Anomális dimenziók a maximálisan szuperszimmetrikus mértékelmélet gyenge csatolású határesetében

Maldacena 1997-ban megfogalmazott sejtése értelmében a tízdimenziós $AdS_5 \times S^5$ görbült háttéren mozgó szuperhúr ekvivalens a négydimenziós maximálisan szuperszimmetrikus $SU(N)$ mértékelmélettel. Kihhasználva a modellek nagy N határesetben fennálló integrálhatóságát számos meggyőző bizonyítékot szolgáltatunk már a sejtés alátámasztására. Az AdS/CFT közösség a sejtést mostanra elfogadta, és célül tűzte ki, hogy származtassunk az integrálható keretben olyan eredményeket, melyek korábban elérhetetlenek voltak mind a húr, mind pedig a mértékelméletek oldaláról. Ezen filozófiát követve sikerült operátorok anomális dimenzióját az effektív csatolás magasabb (4-7 hurok) rendjeiben egzaktul kiszámolni. Az elért eredmények teljes egyezést mutatnak a mértékelmélet oldallal az ottani maximálisan ismert öt hurok rendig bezárólag.

A Letters in Mathematical Physics folyóirat felkérésére egy összefoglaló fejezetet írtunk az AdS/CFT dualitás termodinamikai Bethe ansatzon alapuló megoldásáról.

Deformált dualitások: kisebb vagy nem szuperszimmetrikus mérték-elméletek

Célunk volt olyan mértékelmélet duálisát megkonstruálni, mely közelebb vezet minket a kvantumszindinamika megértéséhez. Ehhez első lépésként a maximálisan szuperszimmetrikus elmélet olyan deformációját vizsgáltuk, mely vagy kevesebb szuperszimmetriával rendelkezik, vagy egyáltalán nem volt szuperszimmetrikus. Sikerült ezen elméletekben olyan kétrészecske állapotok energiáját kiszámolnunk, melyet a mértékelmélet oldalán operátorok -korábban kiszámolt-anomális dimenziójával lehetett összehasonlítani. Teljes egyezést találtunk, mely egyrészt a deformált modell integrálhatóságát, másrészt a megsejtett dualitást igazolta. Meghatároztuk továbbá az elmélet megoldásában centrális szerepet betöltő szórás mátrixot, melynek segítségével egzaktnak meghatároztuk az alaptálapot térfogatfüggését.

Determináns típusú operátorok anomális dimenziói és integrálható peremes térelméletek

Az elméletnek egy érdekes szektora determináns típusú mértékinvariáns operátorokat tartalmaz. Ezek a dualitás hűrelméleti oldalán nyílt hurok energiáinak felelnek meg. Az integrálható megközelítésben az intervallumra megszorított húrgerjesztések energiáit kell meghatározni. Nagy térfogatok esetén sikerült az ilyen többrészecske állapotok végesméret-korrekcióit származtatnunk, és ezen formulákat alkalmaztuk a legegyszerűbb determináns típusú operátorok anomális dimenzióinak kiszámolásában. Kulcsfontosságú volt a gerjesztések falról történő visszaverődésének meghatározása. Ehhez a modell Yangian szimmetriáját kellett kiróni a reflexiós faktorra.

Brán-anti-brán rendszer vizsgálata

A bránok olyan objektumok, melyeken hurok végződhetnek. Ha egy bránt és egy anti-bránt egymásra helyezünk egy instabil rendszert kapunk, mely zárt hurokokra bomlik. Mindeztidáig csak lapos háttéren tudták ezt az instabilitást leírni. Kombinálva a peremes és a mértékelméleti dualitáson alapuló ismereteinket nekünk sikerült görbült háttéren is leírni az instabilitást. Kifejlesztettük a brán-anti-brán rendszer egy teljes körű leírását mind a mérték, mind pedig az integrálható oldalán.

Kvark-anti-kvark potenciál leírása

Az elmúlt évek során egy integrálegyenletet származtattak a kvark-anti-kvark potenciál egzaktnak leírására a maximálisan szuperszimmetrikus négydimenziós mértékelméletben. Az egyenletekben szereplő szinguláris fugacitás viszont meggátolta annak szisztematikus kifejtését. Nekünk sikerült az integrálegyenleteket módosítanunk és azokat a vezető utáni rendben kifejtőnk. Eredményeink a közvetlen mértékelméleti számításokkal teljes egyezést mutatnak.

Form faktorok és a hárompontfüggvények kapcsolata

A maximálisan szuperszimmetrikus négydimenziós mértékelmélet egy konform térelmélet, melynek megoldása a skáladimenziók és hárompontcsatolások meghatározásában merül ki. Az elmúlt tíz év munkájával sikerült a skáladimenziókat egy kétdimenziós integrálható modell spektrumára leképezni és meghatározni. A következő nagy kihívás a hárompont függvények integrálható modellbeli megfelelőinek megtalálása. Ezen a téren sikerült áttörést elérni. Az úgynevezett szimmetrikus hárompontfüggvényeket, (amikor a három operátor közül kettő egymás konjugáltja), diagonális, véges térfogatú form faktorokkal hoztuk kapcsolatba.