

A projekt eredményeit 70 közleményben publikáltuk, amelyből 57 jelent meg impakt faktoral rendelkező folyóiratban, 1 elbírálás alatt van. A cikkek együttes impakt faktora: 181.851. A projekthez kapcsolódva 3 PhD-fokozatot ítéltek oda az ELTE és 1 MTA-doktori címet az MTA Doktori Tanácsa.

A záróbeszámolót a támogatott pályázat szerkezetét követve nyújtjuk be, megkönnyítve ezzel a célok és eredmények összevetését. A hivatkozások az OTKA közleménylistájának sorszámozását követik.

1. A kvantum-térelmélet funkcionális módszereinek fejlesztése

Szép Zsolt Mottolával együttműködésben részletesen kidolgozta az $U(1)$ szimmetriájú mértékelmélet HTL-közelítésének felösszegzését. Eljárásukat az elektron két-hurok pontosságú sajátenergiájának kiszámításával tesztelték [5].

A nagy komponensszám reciproka szerinti $1/N$ sorfejtés technikájával Szép és Markó leírta a Polyakov hurokhoz csatolt kvark-mezon rendszer termodinamikáját [25]. Fejős és Patkós bizonyították a módszer renormalizálhatóságát az $U(N) \times U(N)$ szimmetriájú mezon-modellekre és alkalmazták lehetséges alapállapotainak meghatározására [7,22,44]. Fejős eredményei alapján PhD-fokozatot nyert az ELTÉ-n [24].

Szép Zsolt vezetésével jelentős előrehaladást értek el a 2PI-közelítésnek a térelméleti modellekben lejátszódó fázisátalakulások jellemzésére alkalmas nagy pontosságú számítógépes eljárás fejlesztésében. Fejőssel bizonyították az ellentagos és levonásos renormalizáció ekvivalenciáját [23]. Markó és Szép Reinosával kidolgozott egy diszkrét Fourier transzformáción alapuló nagy pontosságú numerikus algoritmust a 2PI formalizmus két-hurok szintű közelítésére és alkalmazta azt az $O(N)$ szimmetrikus önkölcsönható skalár térelmélet véges hőmérsékletű fázisátalakulásának tanulmányozására. Az $N=4$ esetre elvégezték a modell fizikai parametrizációját. Megállapították, hogy királis határesetben a véges hőmérsékletű fázisátalakulás másodrendű és meghatározták a nyomást és az ebből származtatható különböző termodinamikai mennyiségeket, valamint a statikus kritikus exponenseket. Egy renormált hibrid közelítés kidolgozásával, amelyben a propagátorok alacsonyabb, azaz Hartree szintűek, kiderítették, hogy a két hurok szintű közelítés sikere a hibásan első rendű fázisátalakulást eredményező Hartree közelítéshez képest a „setting-sun” diagram téregyenletben történő figyelembevételében rejlik [46,48,63]. Markó Gergely az eredmények alapján ELTE PhD-fokozatot nyert el [70].

A futamidő második szakaszában az egzakt renormalizációs csoport (RGE) módszerének fejlesztésével és alkalmazásával kvantumtérelméleti modellekre foglalkoztak növekvő aktivitással. Szép Jakováccal a ritka kvark véges nagy tömegének hatását vizsgálták az $U(3) \times U(3)$ szimmetriájú kvark-mezon modell trikritikus felületének görbületére [16]. Patkós, részben Jakováccal, új és átláthatóbb megfogalmazást adott az $U(N) \times U(N)$ szimmetriájú mezon-modellekre, valamint a csak Fermi tereket tartalmazó modellek RG egyenleteire az ún. Local Potential Approximation keretei között [57,60].

A kétoldalú magyar-francia mobilitási pályázat elnyerése mellett a fenti kutatások eredményeinek bemutatására kiváló lehetőséget nyújtottak az évente rendezett Budapest-Graz-Zágráb kvantumtérelméleti szemináriumok, amelyekhez az OTKA-pályázat is támogatást adott.

2. Kvantum gázok

Csordás és Szépfalusy fiatal munkatársaikkal a csapdázott fermiongáz viselkedését leíró elméleti eljárásokat fejlesztett a BEC-BCS átmenet jellemzésére a gradiens-korrekciók figyelembevételével [4]. Általánosították a pszeudopotenciál elméletet csapdázott szuperfolyékony Fermi gázra [40]. Csordás eredményeit összefoglaló dolgozattal MTA-doktori címet nyert el. Homa és Farkas kapcsolódó diplomamunkákat védtek meg az ELTE fizikus szakán [29,43]. Szirmai a Landau-kritérium alapján megmutatta, hogy a mozgó spinor Bose-kondenzátumban, amikor a mozgás sebessége eléri a kritikus sebességet, az első instabillá váló gerjesztés egy spint hordozó kvázirészecske [64].

Szirmai és Szépfalusy három-folyadék modellt dolgozott ki az egységnyi spinű Bose gáz alacsony frekvenciájú és hosszú hullámú gerjesztéseire [47]. E témához kapcsolódott Sinkovicznak az ELTE fizikus szakon megvédett diplomamunkája [59]. Szirmai Gergely Domokos Péter kutatócsoportjában Bose-kondenzált gázok üregrezonátorban végbemenő fázisátalakulásai értelmezésében ért el további jelentős eredményeket [9,19,45]. Sütő és Szépfalusy elbírálás alatt lévő munkájában [61] külső sebességtérnek a Bose-gáz alapállapotára gyakorolt hatásáról mutatta meg, hogy a kritikus sebesség felett kvázirészecské makroszkópikus kondenzációja lép fel a sebességgel párhuzamos nem-nulla hullámszámmal.

3. Fázisátalakulások és dinamikai folyamatok nemegyensúlyi rendszerekben

Iglói Ferenc munkatársaival kvantum rendszerek nemegyensúlyi relaxációs folyamatait vizsgálta, amikor a rendszert leíró Hamilton operátornak egy paraméterét, pl. a transzverz tér erősségét hirtelen megváltoztatják és utána vizsgálják pl. a lokális mágnesezettség, a spin-spin korrelációs függvény, az összefonódási entrópia, stb. időfüggését. Két kvantum spin láncot tanulmányoztak: a transzverz-teres Ising modellt [20] és az XY modellt transzverz mágneses térben [41]. A szabad fermion technikát alkalmazó numerikus számolások eredményeit a szemiklasszikus elmélet eredményeivel vetették össze [27].

A lokális kvencs (local quench) technikájával a kvantumrendszer eredetileg különálló részrendszerei között csatolást létesítettek. A transzverz-teres Ising modell esetén a mágnesezettségi profilt, a korrelációs és az autokorrelációs függvényeket számolták ki. A kritikus pontban az eredményeket a konform térelméleti jóslatokkal vetették össze, míg a rendezett fázisban szemiklasszikus számolást is végeztek [38].

A véletlen transzverz-teres Ising lánc esetén a nemegyensúlyi összefonódási entrópia időfüggését vizsgálták. A kritikus pontban kapott időfüggést az erős rendezetlenségi renormalizációs csoport segítségével értelmezték [42]. A kvázi-periodikus csatolású transzverz-teres Ising lánc összefonódási entrópiája az idővel hatványfüggvény-szerűen növekszik, míg a mágnesezettség nyújtott exponenciális lecsengést mutat. Ezeket a tulajdonságokat anomális diffúziót végző kvázi-részecskék segítségével megmagyarázták.

Nemegyensúlyi mágnesezettség esetén dinamikai fázisátalakulást találtak [62]. Roósz Gergő a kvázi-periodikus csatolású transzverz-teres Ising-lánc témakörben MSc szakdolgozatot készített [58].

A mágneses súrlódás jelenségét két q -állapotú Potts-modellt tartalmazó rendszer mozgásával modellezték. Vizsgálták ezen nemegyensúlyi állapotban létrejövő fázisátalakulás tulajdonságait attól függően, hogy az egyensúlyi rendszerben folytonos vagy elsőrendű az átalakulás [21].

Ódor Géza munkatársaival folytatott kutatásainak fő iránya a skálaviselkedések felderítése volt nem-egyensúlyi rendszerekben. Megmutatták, hogy d -dimenziós felületnövekedési modellek jól leképezhetők egyszerűbb, bináris rácsgáz modellekre, ezáltal extrém nagy, hatékony szimulációk hajthatók végre [13,28,32]. Bit-kódolt, grafikus kártyákra is implementált parallel szimulációkkal pontos becsléseket tudtak adni a Kardar-Parisi-Zhang egyenlet univerzalitási osztályaira 2,3,4, 5 dimenziókban. A felületi mintázatképződést értelmezték ezen leképezéseken keresztül [14,34,51]. Fodor és pötty mintázatok struktúra faktorait és skálaviselkedését határozták meg [55]. Az NVidia cégtől szimulációs munkájukhoz grafikus kártyákat kaptak a Professor Partnership keretében.

Egydimenziós rácsgáz modellek esetén, ultra-lassú folyamatokban meghatározták az időfüggések pontos logaritmikus alakjait [52].

A hálózatok dinamikus skálaviselkedésének kutatása volt a másik irány, melyben jelentősebb eredményeik születtek. Azt találták, hogy általánosított kisvilág hálózatokban is lehetséges lassú dinamika tisztán topológikus rendezetlenség következtében [12]. A Griffiths fázisok előfordulását más hálózaton is megvizsgálták a kontakt folyamat és az SIS modellek keretében [33]. Megmutatták, hogy végtelen topológiai dimenziós rendszerekben mindig található olyan tetszőlegesen magas dimenziójú korrelált alterek, melyek rendeződni tudnak akármilyen kis átlagos kontrol paraméternél, ezáltal a kritikus pont teljesen elkenődik [56,65] .

A rendezetlen hálózatok viselkedésének leírására a kvencselt átlagtér módszerrel (QMF) több hálózat esetén is igazolták, hogy az állandósult állapotbeli sajátvektor inhomogenitások a dinamikus szimulációkkal jól egyező módon mutatják a ritka régió effektusokat. Megmutatták, hogy a skálamentes (Barabási-Albert típusú) fák a diszasszortatív súlyozás hatványfüggvény dinamikákat okoz [66]. Erdős-Rényi véletlen hálózatokon vagy a fragmentált esetben vagy nagyon erős strukturális rendezetlenség esetén észlelnek Griffiths fázist [67]. A Barabási-Albert típusú hálózatot él eltávolításokkal öregítve, mind a QMF, mind a szimuláció Griffiths fázist jelez [67]. Ez magyarázatot adhat az agyműködés gyors memóriájánál megfigyelt skáladinamikára.

4. Rendezetlen klasszikus és kvantumrendszerek fázisátalakulásai

Iglói és Kovács az erős rendezetlenségi renormálási csoportot nagyon hatékony új algoritmussal megvalósítva, numerikusan vizsgálták a rendezetlen kvantumrendszerek prototípusát jelentő véletlen transzverz-terű Ising modellt létra geometriában[2]. Két-dimenziós [10], illetve három- és négydimenziós rácson [30,31] a modell kritikus tulajdonságait nagy pontossággal meghatározták. Megmutatták, hogy a kritikus viselkedést tetszőleges dimenzióban egy ún. végtelen rendezetlen fix-pont határozza meg [30,31]. Vizsgálták a rendszerek lokális kritikus viselkedését is felületek, élek és sarkok mentén és a megfelelő kritikus exponenseket nagy pontossággal meghatározták[69]. Az összefonódási entrópia kritikus pontban mutatott szingularitását a rendszer méretével logaritmikusan növekedőnek találták. Ez a szingularitás minden dimenzióban a minták sarkaival volt kapcsolatos [49]. Kovács István megvédte a témakörben készített doktori disszertációját [54].

Vizsgálták a rendezetlen q -állapotú Potts modell kritikus viselkedését hierarchikus rácson, ahol a rendszer ferro- és paramágneses fázisokkal rendelkezik. A kritikus viselkedést négy nem-triviális fixpont szabályozza, melyek tulajdonságait a nagy " q " határesetben numerikusan egzaktul meghatározták [1]. Kettőnél magasabb effektív dimenzió esetén a multikritikus pont környezetében a fázishatárt önhasználnak találtak, ahol végtelen sok visszatérő (reentrant) fázis van jelen [69].

Összehasonlították a véletlen-terű Ising modell és a rendezetlen ferromágneses nagy-" q " állapotú Potts modell határfelületi viselkedését négyzetrácson. Folytonos közelítés esetén a két probléma egymásba képezhető. A határfelületek tulajdonságait véges rácson és a rendezetlenség erősségének fokozatos növelése mellett határozták meg [11].

Részecske diffúziót vizsgáltak olyan kvázi-egydimenziós rendezetlen közegben, ahol " K " darab párhuzamos csatorna között az átugrási ráta, " v ", homogénnek tekinthető. Anomális diffúziót találtak, ahol a részecske mozgásának diffúziós exponense mind " K ", mind " v " függvénye volt [15].

A négyzetrácson értelmezett Ashkin-Teller modell kritikus viselkedését egy hibavonal mentén numerikusan vizsgálták. Megállapították, hogy a kritikus viselkedés erős illetve gyenge defekt csatolások esetén különböző, és eredményük rámutatott egy korábbi térelméleti vizsgálat problémáira is [35].

Kétdimenziós kritikus perkoláció esetén vizsgálták azon fűrtök, N , számát, melyek egy adott, G , görbét elmeszenek. A G -n található sarkok következtében N -hez univerzális, logaritmikus korrekciók járulnak, melyek aszimptotikus értékét konform invariancia segítségével kiszámították. Az egzakt formulákat intenzív Monte Carlo szimulációkkal ellenőrizték [50].

Sütő matematikailag szigorúan bebizonyította, hogy a párpotenciál Fourier transzformáltjának részben negatív értékei esetén a párpotenciál által meghatározott szerkezetű és rácsállandójú rács egyes rácspontjai körül akkumulálódnak a kölcsönható részecskék [36,37].

5. Kvantumállapotok összefonódásának következményei

Iglói és Peschel szabad fermion spinláncokra megmutatták, hogy a redukált sűrűség-mátrix a fermion- és a spin-reprezentáció esetén általában eltérő alakú, amennyiben az alrendszer nem egyszeresen összefüggő. A fenti jelenséget az XX és az XY lánc esetén két spinből álló blokkra vizsgálták, míg az XX és a transzverz-terű Ising lánc esetén az alrác entrópiát is meghatározták [6].

Meszéna és Patkós Weisskopf-Wigner módszerrel tárgyalták a pion bomlásából keletkező neutrínó—mion összefonott állapotú hullámcsomag terjedésére az összefonódásból származó hatásokat és azok detektálhatóságát [17,18].