

Eötvös-inga mérések geodéziai alkalmazása (OTKA zárójelentés szakmai beszámolója)

Magyarországon az 1900-as évektől egészen 1967-ig összesen mintegy 60000 Eötvös-inga mérést végeztek főként ásványi nyersanyagok kutatása céljából. Geofizikai célokra elsősorban a horizontális gradienseket használták fel, a geodéziai alkalmazás számára fontos görbületi gradiensek feldolgozatlanok maradtak. Kutatásaink alapvető célja a felbecsülhetetlen nemzeti értékünk, a korábbi magyarországi Eötvös-inga mérések adatainak geodéziai hasznosítása volt.

Kutatási eredményeinket a jelen pályázat futamideje alatt 17 hazai- és 8 nemzetközi konferencia-előadásban, valamint eddig 25 publikációban tettük közzé (a legújabb kutatási eredményeinkről készült tanulmányok még nem jelentek meg). Eredményeink a kutatási témák szerinti csoportosításban tekinthetők át.

1. Korábbi Eötvös-inga mérések számítógépes adatbázisba mentése

Tanszékünk 1995-ben indította a korábbi Eötvös-inga mérések anyagának digitális adatbázisba mentését. Az adatbázist a ma még különböző formában fellelhető mérési anyagok (észlelési lapok, mérési jegyzőkönyvek, térképek, vagy fénymásolt gradienstérképek) alapján lehetett elkészíteni. A jelen OTKA megbízás támogatásával 2014. év végére sikerült befejezni a ma még fellelhető valamennyi korábbi mérés digitális adatbázisba mentését, amely végeredményben mintegy 45000 Eötvös-inga mérés adatait tartalmazza és készen áll a közvetlen felhasználásra. Sajnos mintegy 15000 korábbi ingamérés adatai már nem elérhetők.

2. Eötvös-inga műszerfejlesztés, műszervizsgálatok

A kutatási feladatok teljesítése szükségessé tette újabb Eötvös-inga mérések elvégzését, amihez megjavítottunk és felújítottunk egy működésképtelen Auterbal-ingát. További fontos fejlesztéseket is végrehajtottunk: az automatikus leolvasás megvalósítása céljából az 1. ábrán látható CCD-érzékelős kamerákat szereltünk fel a leolvasókarokra, a skálák megvilágítására pedig erős fényű LED-eket (fénykibocsátó diódákat) erősítettünk a leolvasó távcsövek alá. A kamerák vezérlését, a képek rögzítését és feldolgozását számítógéppel oldottuk meg, – a szükséges szoftvereket Linux operációs rendszerben fejlesztettük.

Mivel a kamerák alkalmazásával lehetőség nyílt hosszú időn keresztül akár tizedmásodpercenkénti leolvasásokat végezni, ezzel új távlatok nyíltak eddig ismeretlen jelenségek megfigyelésére. Lehetővé vált például a lengések csillapodásának minden eddiginél pontosabb és részletesebb megfigyelése, és a hosszú idejű drift, valamint a hőmérsékletváltozások hatásának pontosabb tanulmányozása (Völgyesi 2009; Völgyesi és mások 2009a).



1a. ábra. CCD kamera alkalmazása az automatikus leolvasáshoz



1b. ábra. Leolvasás a CCD kamerával

A csillapodási görbék finomszerkezetének tanulmányozása céljából másodpercenként 12, azaz közel 0.08 másodpercenkénti leolvasással, az esetleges hosszabb periódusú mozgások regisztrálására pedig több 24 órás 10 másodpercenkénti leolvasással rögzítettük az ingák mozgását. Ezzel a leolvasási sűrűséggel megnyílt a lehetőség a lengések csillapodásának minden eddiginél pontosabb és részletesebb megfigyelésére. A különböző azimutokban végzett nagy számú megfigyelések alapján meghatároztuk az adatsorok PSD-jét is Riedel és Sidorenko szinuszos multitaper eljárásával. Számos spektrális csúcsot találtunk, ám a legmarkánsabb a 0.416 Hz-es (2.4 s periódusú), a 0.835 Hz-es (1.20 s periódusú) és a 3.42 Hz-nél található (0.29 s periódusú) csúcs (Völgyesi-Laky-Tóth, 2010; Tóth-Völgyesi-Laky, 2014). Ezeknek a számunkra zavaró frekvenciáknak a leválasztásával válik lehetővé a csillapodási görbék kezdeti alakjából a nyugalmi helyzet előrejelzése, ezáltal jóval a 40 perces teljes csillapodási idő letelte előtt az inga nyugalmi helyzetének „leolvasása”. A nyugalmi helyzet becslésére két különböző megoldással próbálkozunk: a Navier-Stokes egyenletek végeselemes megoldásán alapuló áramlási modell felhasználásával, és a differenciális evolúciós algoritmus alkalmazásával.

Áramlási modellek segítségével elvégeztük az ingakar mozgásának pontosabb modellezését. Modellünk a végeselemek módszerén alapult és figyelembe vette a mozgó test (az ingakar), az üreg és a csillapító közeg (levegő) geometriai és fizikai paramétereit. A Navier-Stokes egyenlet alapján végeselemek módszerének alkalmazásával elvégeztük az ingaházban mozgó ingakar és az áramló levegő kétdimenziós, numerikus áramlástan (CFD) modellezését. Eredményeink alapján, összhangban a differenciális evolúciós algoritmus alkalmazása során kapott eredményeinkkel ígéretes lehetőség kínálkozik az Eötvös-inga azimútonkénti 40 perc hosszúságú mérési idejének jelentős csökkentésére. A CCD érzékelőkkel rögzített mérési adatokat kiértékelve, és az inga részletes mechanikai és fizikai modelljét felhasználva a számításhoz megmutattuk, hogy a jelenlegi 40 perc helyett elegendő lehet az azimútonkénti 10 perces mérési idő az ingakar nyugalmi helyzetéhez tartozó skálaleolvasás kellően pontos becsléséhez (Völgyesi-Laky-Tóth, 2010; Tóth-Völgyesi-Laky, 2014). Vizsgálataink szerint nagyjából 10 perc után a vizsgált és szűrővel simított idősor esetében a csillapodás utáni helyzet becslési eltérései már 1 skálaosztás-egység alattiak. Ennek az eljárásnak a rutinszerű terepi Eötvös-inga mérések esetére történő alkalmazásához és finomításához még további fejlesztésekre és vizsgálatokra van szükség.

A felújított ingával további széleskörű vizsgálatokat végeztünk az inga használhatóságára vonatkozóan, és sikeres méréseket hajtottunk végre a Mátyás-barlang gravitációs laboratóriumban. Vizsgálataink során világossá vált, hogy a közel 80 éve gyártott Eötvös-Rybár ingával kiváló minőségű méréseket lehet végezni, és az inga alkalmazásával számos új problémára választ lehet adni. A mérési eredményeink értelmezése során sok új kérdés is felmerült, amelyeket csak további mérésekkel és vizsgálatokkal tudunk majd megválaszolni.

3. Eötvös-inga mérések elemzése, linearitásvizsgálat

Az Eötvös-inga mérések alapján végzett függővonal-elhajlás interpoláció, a geoid finomszerkezetének meghatározása, a nehézségi gradiensek felhasználásával g vagy Δg értékek számítása, és a vertikális gradiensek interpolációja során a numerikus integrálás számításakor valamennyi esetben fontos alapkövetelmény a W_{zx} , W_{zy} nehézségi gradiensek és a W_{Δ} , W_{xy} görbületi értékek két pont közötti lineáris változása. Ezért az interpolációhoz az Eötvös-inga mérések olyan geometriai elrendezésére és pontsűrűségére van szükségünk, amely biztosítja ezt a fontos feltételt, – vagyis az interpolációs számítások során az elérhető pontosság alapvetően ennek a függvénye. A linearitás-vizsgálat céljából az akkori ELGI E54 és az általunk felújított AUTERBAL ingával is végeztünk méréseket, először a ELGI gravitációs mikrobázisának pontjain Mátyás-barlangban, majd a méréseinket a 82/1 jelű pont közvetlen környezetében

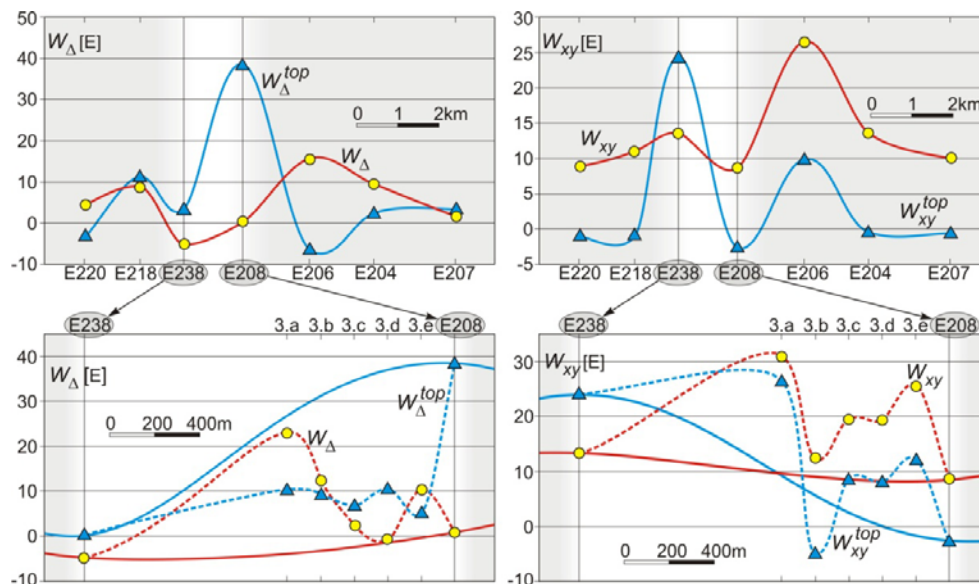
tovább finomítottuk, a pont körül észak-déli illetve kelet-nyugati irányban a mérési pontokat 30 cm lépésközből sűrítettük. Így a méréseket É-D irányban +210 és -30 cm között 9 pontban, K-Ny irányban a szűk barlangfolyosó miatt -30 és +30 cm között 3 pontban végeztük.

Az Eötvös-inga mérésekkel párhuzamosan modellszámításokat is végeztünk. A tömegmodell kialakítása külső és a barlangon belüli felmérés eredményei alapján történt. A külső felületmodell előállításához a hagyományos geodéziai mérések mellett fotogrammetriai módszer alkalmazására is szükség volt, a barlang bejárati oldalán található bonyolult formájú és nehezen megközelíthető sziklafal miatt. A külső sziklafal felületmodelljét megfelelő digitális fotók alapján a Photomodeler szoftver alkalmazásával készítettük el, az üregmodell pedig a barlang belsejének geodéziai felmérése alapján készült. A modellszámítást az általunk fejlesztett PolyGravp szoftverrel hajtottuk végre, mely tetszőleges, homogén sűrűségeloszlású poliéder test gravitációs hatásának számítása alapján működik (Tóth és Égető, 2010). A mért és a számított gradiensértékek egyezése igen jónak bizonyult.

Mind a méréseink, mind a számításaink alapján megállapítható, hogy a mérési pontokban tapasztalható extrém magas gradiens értékek esetén még 30 cm távolságon belül sem tekinthető minden esetben lineárisnak a gradiens változása (Völgyesi-Ultman, 2010, 2014).

A Mátyás-barlangban a szélsőségesen magas gradiensértékek esetén végzett linearitásvizsgálatok eredményei alapján viszont nem lehet következtetéseket levonni az átlagos terepviszonyok mellett végzett Eötvös-inga mérési eredmények viselkedésére vonatkozóan. Erre vonatkozó vizsgálatainkat a Csepel sziget déli részén végeztük, ahol korábban 1950-ben történtek átlagosan 1.5 km pontsűrűséggel ingamérések, majd ugyanezen a területen 2006 és 2010 között az ELGI OTKA K60657 számú projekt támogatásával végeztünk helyenként 150 m négyzetrácsban sűrítő méréseket (Csapó és mások 2009). Mind a korábbi, mind az új mérési pontokban rendelkezésre álltak a gradiensnek a szintezések alapján meghatározott topografikus redukcióval javított értékei.

Példaképpen a 2. ábra felső részén az 1950-ben mért, körökkel jelölt pontok által alkotott szelvényben láthatjuk a görbületi gradiens Eötvös ingával mért változását, a háromszögekkel jelölt értékek pedig ugyanezen mérések topografikus redukcióval javított értékei.



2. ábra. Görbületi gradiens változása a tesztpontokon.

Annak ellenőrzésére, hogy a gradiens tartalmaznak-e magasabb frekvenciájú összetevőket is az E238 és az E208 pont között a 3.a, 3.b, 3.c, 3.d, 3.e pontokkal 150 m ponttávolságra tovább sűrítettük a korábbi Eötvös-inga méréseket. Az új finomított mérések alapján a gradiens finomabb felbontású változása a 2. ábra alsó részén látható. Piros szín a korrekció nél-

küli mérési eredményeket, míg a kék a topografikus korrekcióval ellátott értékeket mutatja, a korábbi méréseket folyamatos, az új sűrített méréseket pedig szaggatott vonallal ábrázolva. A vízszintes tengelyeken a távolságokat a pontok közötti valódi távolságokkal arányosan tüntetjük fel. A 2. ábrán látható görbéket szemlélve és az R^2 értékei alapján megállapítható, hogy a mérési pontok távolságának 1000-1500m-ről 150-300m-re csökkenésével nem javul szignifikánsan a linearitás. Ebből pedig az a következtetés vonható le, hogy a Csepel-szigeten a vizsgált területen az 1950-ben végrehajtott ingamérések átlagos pontsűrűsége nem biztosítja a gradiensek lineáris változását a szomszédos hálózati pontok között. Sajnos a helyzeten nem javít a topografikus redukciók alkalmazása sem, mivel a topografikus redukcióval ellátott gradiens értékek két pont közötti változása sem tekinthető lineárisnak (Völgyesi-Ultman, 2010, 2014). Hiába vesszük figyelembe ugyanis a topografikus redukcióval a felszíni látható sűrűség-rendellenességek hatását, ha közvetlenül a felszín alatt is gyorsan változik a kőzetek sűrűsége. Márpedig a Duna korábbi árterületein a kavicsos, agyagos, homokos üledékek gyors, szabálytalan mélységbeli és oldalirányú váltakozása a felszín alatti sűrűségértékek markáns váltakozását eredményezi.

Ezek a megállapítások a Csepel-sziget déli részén a vizsgált területre vonatkoznak. Fontos lenne a vizsgálatokat a korábbi Eötvös-inga mérések néhány más magyarországi területére is kiterjeszteni.

4. Az Eötvös-inga mérések terepi korrekciójának vizsgálata

Az Eötvös-inga mérések terepi korrekciójának számításához elkészítettük Eötvös eredeti bilineáris interpoláció alapjánuló módszerével és Schweydar trigonometrikus interpolációs eljárásával a mérési pont közvetlen környezetének hatását számító programot, tetszőleges körgyűrű és sugár irányú felosztás esetén. Összevetettük a kétféle módszerrel számított korrekciókat és ellenőriztük eredményeinket az ELGI-ben számított értékekkel és numerikus kvadratúrával. A görbületi adatok esetében megállapítottuk, hogy a bilineáris interpolációs eljárás kb. 20-25 %-kal alulreprezentálja az erőteret a trigonometrikus interpolációval szemben.

Az Eötvös-inga mérések terepi korrekciójának számítását a Schweydar által javasolt numerikus integrálási eljárással és a derékszögű prizmamoddellel vizsgáltuk. A numerikus vizsgálatokat Kecskemét környékén kiválasztott 705 ingamérési pontot tartalmazó kb. 70x40 km²-es területen végeztük el. Az eredeti, Schweydar modellel számított terepi korrekciókat összevetve a mérésekkel, például az északi irányú gradiens 0.49-es korrelációt mutatott, viszont az SRTM3 DTM prizmamodelljéből kapott gradienssel már csak elenyésző, 0.05-ös korrelációt tapasztaltunk. Felmerült, hogy esetleg a pontok vízszintes koordinátáinak a dátumeltérésekből adódó hibái miatt lett ilyen alacsony a korreláció. Viszont a koordináta-bizonytalanság korrelációs vizsgálata nem eredményezett szignifikáns javulást 200x200 m-es északi és keleti irányú lehetséges dátumeltéréseket vizsgálva. Azt is tapasztaltuk, hogy az SRTM3-ből számított terepi korrekciók korrelációja igen gyorsan, már 10 m-es eltolás esetén megszűnik. Ezért levonhattuk azt a következtetést, hogy ez a 70-90 méteres felbontású DTM modell nem alkalmas a gravitációs gradiensek felszínközeli terephatásának számítására, hiszen még az 5 m-es elemméret is indokolt lehet.

A terepi korrekciók vizsgálatához kapcsolódó alaputatásként meghatároztuk az ELGI (MFGI) Gravitációs és Geodinamikai Observatórium komplex poliéder modelljének tömegvonzási potenciálban, térerősségben valamint Eötvös-tenzor elemeiben észlelhető hatását. A modellszámításhoz kapcsolódóan hibavizsgálatot is végeztünk, a modellpontok koordinátáibanak hatását megvizsgáltuk a modelltől számított nehézségi erőter paramétereire (potenciál első és magasabbrendű deriváltjaira). Így a modell bármely pontjában történő műszeres észlelés helyére lehetőségünk van a méréseinkhez tartozó korrekció kiszámítására, és figyelembe vételére. A modellre számított eredményeket archív graviméteres, illetve archív és új Eötvös-

inga mérések segítségével ellenőriztük az obszervatórium mikrobázisának pontjain (Tóth-Égető, 2010).

A Csepel-sziget déli részén, a makádi Eötvös-inga teszterületen korábban végzett ingamérések és terepszintezések eredményeit felhasználva is végeztünk kísérleti számításokat az Eötvös-inga mérések terepi korrekciójával kapcsolatban. A szóbanforgó területen 30 pontban történtek Eötvös-inga mérések amelyek mellett a korábbi OTKA K60657 számú megbízás keretében elvégeztük az egyes mérési pontok környezetében a szintezési munkákat is (Csapó és mások 2009). Ennek megfelelően a pontok körül É, ÉK, K, DK, D, DNy, Ny, és ÉNy irányban a mérési pontoktól 1.5, 3, 5, 10, 20, 30, 40, 50, 70, 100 m távolságban terepmagasságokat mértek. Ezen mérések alapján meghatároztuk az egyes pontokban a topografikus korrekciók értékét és elláttuk az ingaméréseket ezekkel a korrekciókkal. A rendelkezésünkre álló topográfiai térkép alapján előállított 5 m-es DTM-ből poliéderez tömegmodell segítségével szintén meghatároztuk az ingamérési állomások helyére számított terepi korrekciókat. Ezeket összevetettük az ELGI-ben alkalmazott Schweydar módszerrel kapott eredményekkel. Megállapítottuk, hogy míg a horizontális gradiensek esetében a vizsgált közel sík területen az egyezés általában kielégítő (átlagosan $\pm 2-6$ Eötvös), addig a görbületi gradiensek teljesen eltérnek egymástól. A vizsgálataink azt jelzik, hogy még az 5 m-es felbontású tömegmodell sem kellően részletes a terepi korrekciók számításához, ezt legalább a mérési állomások helye környezetében szükséges tovább sűríteni.

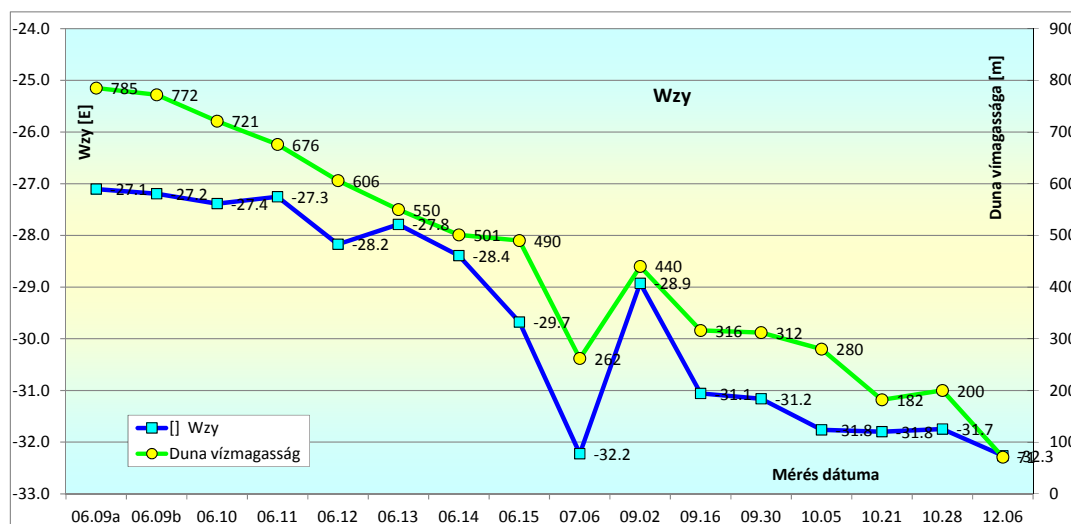
5. Gradiensek időbeli változásának vizsgálata ismételt Eötvös-inga mérésekkel

Az időbeli változásra vonatkozó vizsgálatainkat az ELGI (MFGI) Mátyás-hegyi Gravitációs és Geodinamikai Obszervatóriumának mikrobázisa 82, 82/1, 82/2, 82/3, 82/4, 82/5, 82/6, 82/7, 82/8 pontjain (a 82 jelű pont Magyarország gravitációs főalappontja) és a BME gravitációs laboratóriumában végeztük.

A Mátyás-hegyi barlangban lévő gravitációs mikrobázis pontjain a gradiensek időbeli változása meghatározásának céljából 2009-ben és 2011-ben végeztük ismételt Eötvös-inga méréseket E54 és az általunk felújított AUTERBAL-ingával. Ugyanezen pontokra rendelkezésünkre álltak az ELGI 1990-92-ben végzett mérések eredményei is.

A különböző mérési sorozatok eredményeit összevetve nem tudtunk megállapítani határozott trendet a gradiensek időbeli változásának igazolására, a különböző mérési időpontokban fennálló eltérő mérési körülmények (pl. hőmérsékletkülönbségek) miatt. Ezen vizsgálataink során felvetődött egy újabb kérdés, az inga kezdőazimútjának beállítási pontosságára vonatkozóan. A mágneses deklináció helyi valódi értékének ismerete hiányában ugyanis nem lehetséges az inga kezdőazimútját pontosan beállítani, ez pedig jelentős mérési hibákat okozhat olyan markáns gradiens-változások esetén, amelyek a Mátyás-barlangban tapasztalhatók (Völgyesi-Csontos, 2014a,b). Ezzel kapcsolatosan további méréseket és vizsgálatokat kezdünk végezni.

A 2009. évi dunai árvíz időpontjától különböző vízmagasságok mellett méréseket végzünk a Duna víztömege gravitációs hatásának kimutatására, több hónapon keresztül folytattuk a különböző vízmagasságok melletti méréseket. A mérési eredmények tükrözik a Duna víztömegének változását, példaként a 3. ábrán a Duna vízmagassága és az Eötvös-ingával mért W_{zy} horizontális gradiens közötti kapcsolat látható.



3. ábra. A Duna vívmagasságának változása és a W_{zy} horizontális gradiens értéke közötti kapcsolat.

6. Függővonal-elhajlás, g , Δg , vertikális gradiens meghatározások Eötvös-inga mérések alapján

Az ingamérések legfontosabb geodéziai alkalmazási lehetősége a függővonal-elhajlás értékek sűrítéséhez kapcsolódik, amelyek felhasználásával viszont meghatározható a geoid finomszerkezete. Kutatásaink egyik legfontosabb végterméke a gyakorlati élet számára is rendkívül fontos, várhatóan minden eddiginél pontosabb magyarországi geoidkép lesz. Emellett az ingával mérhető vízszintes gradiens kiváló lehetőséget adnak a nehézségi erőter finomszerkezetének meghatározására, valamint a vertikális gradiens interpolációjára is - aminek a gravimetriában van nagy jelentősége.

Egyik legfontosabb feladatunk a függővonal-elhajlás interpolációjához a mai számítástechnikai adottságoknak leginkább megfelelő algoritmus kialakítása és szoftveres megvalósítása volt. Erre a célra legalkalmasabbnak az inverziós megoldási eljárás bizonyult.

Matematikailag megoldottuk a görbületi adatok és a W_{zx} , és a W_{zy} vízszintes gradiens együttes inverziós alkalmazását, és a korábbi 2D eljárás továbbfejlesztésével megoldottuk a nehézségi erőter 3D potenciálfüggvényének inverziós rekonstrukcióját. Olyan algoritmust dolgoztunk ki, amellyel a bemenő adatokhoz megfelelő súlyfüggvényeket tudunk rendelni, továbbá a számításokba bevontuk a Laplace-egyenletet is, amivel sikerült tovább stabilizálni a megoldást. A peremhatás csökkentésére is sikerült egyszerű megoldást találni a szélek vágásával. A kidolgozott megoldás tehát a 3D potenciálfüggvény meghatározására nyújt lehetőséget nagyszámú Eötvös-inga és graviméteres mérés, valamint digitális terepmodell adatok és néhány függővonal-elhajlás és vertikális gradiens adat együttes inverziójának felhasználásával. Az így rekonstruált potenciálfüggvényből számos gyakorlati fontosságú mennyiséget, (pl. vertikális gradienseket, függővonal-elhajlásokat, nehézségi erő értékeket és gravitációs anomáliákat) származtathatunk nem csupán a mérési pontokban, hanem ezek 3D környezetében, a teljes mérési területen is. Az eljárás nagy előnye, hogy mindezt egy jelentősen túlhatározott inverzprobléma megoldásával tehetjük. ezzel kapcsolatosan

A gradiensek meglehetősen változatos képe miatt esetünkben a potenciáltér sorfejtéses leírása csak viszonylag magas fokszámú polinomokkal lehetséges. Tapasztalataink szerint a polinomok fokszámának meghatározásakor körültekintően kell eljárunk, mert a fokszám növelésével kezdetben lassan, majd egyre gyorsabban csökken a megoldandó normálegyenletek együtthatómátrixának kondicionáltsága, a fokszám csökkentésével viszont romlik a felbontóképesség. Vizsgálataink szerint a $P=18-24$ általában jó kompromisszumnak látszik a felbon-

tókéesség és a normálegyenletek kondicionáltsága vonatkozásában, – mi $P=19$ fokszámú hatványpolinomot alkalmaztunk.

A módszer alkalmazhatóságának vizsgálatára a Szabadszállás-Kiskörös környéki területen és a Csepel-sziget déli részén végeztünk kísérleti számításokat. Előbbi területen 248 Eötvös-inga és 1197 graviméteres mérés eredményei álltak rendelkezésre, továbbá három asztrogeodéziai és további tíz asztrogravimetriai pont is található, ahol ismertek a függővonal-elhajlás értékek. Az inverziós feladat megoldása során meghatároztuk mindazon sorfejtési együtthatókat, amelyek segítségével a teljes teszt területre előállítható mind a nehézségi erőter potenciálfüggvénye, mind a potenciálfüggvény valamennyi első és második deriváltja. Összehasonlítva az Eötvös-ingával mért, valamint az együttes inverzióval előállított gradiensek képét, az egyezés kiválóan mondható.

A Csepel-sziget déli részén lévő teszt területünkön elsősorban a vertikális gradiensek meghatározását teszteltük, ahol 30 pontban álltak rendelkezésre Eötvös-inga mérési adatok és a 30 pontból 27 ponton vertikális gradiens mérések is történtek, amelyek egy részét kiinduló adatként használtuk, a fennmaradó pontok értékei pedig ellenőrzésre szolgáltak. Mivel az ellenőrző pontokban inverzióval meghatározott VG értékek középhibája megegyezett ugyan ezen pontokban a mért értékek középhibájával, ezért megállapítható, hogy a vizsgált teszt területen a rendelkezésre álló adatrendszerrel a vertikális gradiensek számítás is kiválóan működik. Ennek az a jelentősége, hogy a vertikális gradiensek az Eötvös-ingával közvetlenül nem mérhetők, így viszont lehetőség adódik a többi Eötvös-inga mérési adat alapján a vertikális gradiensek meghatározására is.

Továbbfejlesztettük a R.Forsberg által írt algoritmust a logaritmus kovariancia függvényekkel végzett kollokáció megvalósítására, így az elkészített programunkkal már képesek vagyunk az összes mérhető gravitációs erőter-jellemző – beleértve a gravitációs gradiensek – együttes felhasználására. Vizsgálatokat végeztünk a görbületi adatok bevonásának lehetőségére a geoid-meghatározás kollokációval történő megoldási eljárásába és szoftvert készítettünk, amellyel elvégezhetjük a nehézségi erő, gravitációs anomália és vertikális gradiens interpolációkat.

Vizsgálataink szerint a kollokációs eljárás numerikus stabilitása függ a felhasznált adatok eloszlásától és az alkalmazott kovariancia függvények szerkezetétől. Ennek ellenőrzésére a nagy felbontású EGM2008-as modellel redukáltuk a horizontális gravitációs gradienseket és legkisebb négyzetek szerinti kollokációval vizsgáltuk a maradék függővonal-elhajlások illetve a geoidundulációk predikcióját. Azt tapasztaltuk, hogy a kovariancia függvény maximuma nagymértékben kihatott az eljárás stabilitására, mivel a geoidundulációk predikciója instabillá vált, míg a függővonal-elhajlások predikciója még inhomogén eloszlású adatokra is stabil megoldást adott. A kétfajta predikció között az egyetlen különbség a felhasznált kovariancia függvény volt. Ennek maximuma az instabillá váló számítás során ugyanis nem zérus távolságban, hanem attól 5 km-re eltolódva helyezkedett el. Vizsgálataink szerint tehát valóban ez okozta az eljárás numerikus instabilitását.

7. Geoidfelület meghatározása az Eötvös-inga és a GOCE műhold mérési adatainak bevonásával

A magyarországi geoid-felület meghatározása tekintetében az Eötvös-inga és a GOCE műhold mérési adatainak bevonásához a különböző nehézségi erőter mennyiségek (Eötvös-inga, GPS/szintezési, gravimetriai, függővonal-elhajlás) spektrumát vizsgáltuk meg. A számított spektrumokat magas fokszámú geopotenciális modellel és analitikus meghatározással hasonlítottuk össze. A gravimetriai adatok esetében az erőteret leíró fok varianciákat megfelelő auto és kereszt kovariancia függvényre transzformálva maradék geoidmagasságokat határoztunk meg legkisebb négyzetes predikcióval és összehasonlítottuk a mért értékekkel. A különböző

típusú adatok spektrális érzékenysége a geoid súlyozott spektrális kombinációval, illetve kollokációval történő meghatározásánál vehető figyelembe.

Az ESA GOCE mesterséges holdja nagymértékben hozzájárult a földi nehézségi erőter korábbiaknál jobb felbontású meghatározásához. A mérések befejezése után 2014-ben elérhetővé váltak a GOCE ötödik generációs nehézségi erőter modelljei. Ezért olyan új geoidmegoldást készítettünk Magyarország területére, amely már tartalmazza a GOCE méréseit is. A megoldás módszere a Magyarországon először alkalmazott gömbi bázisfüggvényeken alapuló legkisebb négyzetes paraméterbecslés. E modellezési technika egyik fontos előnye, hogy különböző típusú és heterogén eloszlású adatok nehézség nélkül kombinálhatók egy szigorú értelemben vett paraméterbecslési eljárásban, amely egyúttal a becsült paraméterek kovariancia mátrixát is szolgáltatja. A legkisebb négyzetes kollokációhoz képest kisebb a számítási igény, hiszen az ismeretlenek száma csak mintegy egyharmada az adatok számának. A GOCE modellen kívül felhasználtuk a felszíni függővonal-elhajlások, nehézségi rendellenességek és OGPSH magasságok adatait is. Az EGM2008-as geopotenciális modellt a GOCE DIR R05 modellel úgy módosítottuk, hogy tartalmazza a GOCE-ből származó összetevőket is abban a spektrális tartományban ahol a GOCE mérései jelentős hozzájárulást adnak. Elvégeztük az elkészített megoldás ellenőrző vizsgálatait, amelyben szerepeltek a fenti modellen kívül az EGM2008 és EIGEN-6C3stat modellek is (Tóth-Földváry, 2015).

8. Függővonal-elhajlás értékek meghatározása

A megbízás egyik része a függővonal-elhajlás interpolációhoz szükséges kiinduló asztrogeodéziai adatok optimális pontsűrűségének és eloszlásának biztosítása, ami csak speciális mérésekkel és műszerekkel lehetséges. Az erre alkalmas CCD érzékelővel ellátott zenitkamerából a világon mindössze kettő volt, egy Zürichben és egy Hannoverben. Így a függővonal-elhajlás méréseket az eredeti elképzelések és tervek szerint ezektől az intézményektől rendeltük volna meg. Ennek az igen jelentős költségeit be is terveztük a pályázatunkba. Most már azt mondhatjuk, hogy szerencsére, ezekkel a kollégákkal az évek során alkalmas mérési időpontokat nem tudtunk egyeztetni, elsősorban amiatt, mert a szükséges terepi csillagászati méréseket az igen elfoglalt külföldi kollégáinkkal csak jóval előre egyeztetve, és csak megfelelő meteorológiai viszonyok esetén (erre alkalmas, refrakciómentes, hosszú ideig tartó éjszakai derült időkben) tudtuk volna elvégezni.

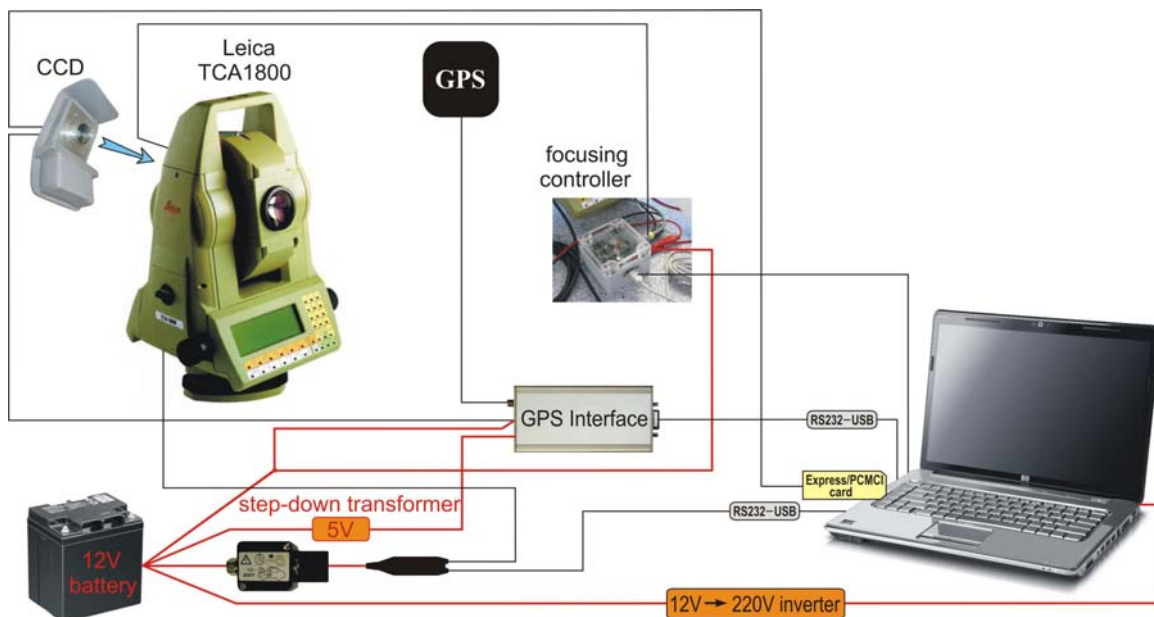
Emiatt úgy döntöttünk, hogy a bérelt mérésekre tervezett összeg átcsoportosításával és más összegek bevonásával, a Zürichi Egyetemen lévő kollégáink segítségével megfelelő mérőrendszert készítettünk magunknak, amivel a méréseket a külföldi kollégák igénybevétele nélkül is el tudjuk végezni. Ennek a megoldásnak az a nagy előnye, hogy az így elkészített műszer a saját tulajdonunkban maradt és a bérelt mérésekre tervezett összegből egyszeri beruházással a jövőben bármikor tetszőleges mennyiségű mérést tudunk elvégezni. (Meg kell jegyezni, hogy ezeknek a méréseknek az OTKA feladatunk teljesítésén túlmenően elsősorban a GPS geodéziai alkalmazásához alapvetően fontos geoid finomszerkezetének kutatásában és meghatározásában is hatalmas jelentősége és haszna van.)

A jelen kutatási feladatunk eredeti végső határideje 2012. december 31. volt, azonban kértük a határidő két évvel történő meghosszabbítását, hogy a függővonal-elhajlás meghatározására szolgáló mérőrendszert svájci közreműködéssel össze tudjuk állítani, a méréseket el tudjuk végezni és az erre épülő további kutatásokat be tudjuk fejezni.

Végül is a hosszú előkészületek, előre nem látható további jelentős kutatások és munkák után az új mérőrendszer sikeresen elkészült. Az ún. QDaedalus rendszer igen érzékeny CCD érzékelővel felszerelt GPS időjellel és számítógéppel vezérelt speciális geodéziai mérőállomás (4. ábra), amiből jelenleg csak néhány működik a világon. A rendszerrel a csillagászati mérés rendkívül gyors, éjszakánként több ponton is akár 0.1-0.3 szögmásodperces pontossággal mérhetők függővonal-elhajlások. Mindez új távlatokat nyit az igen pontos, nagy felbontá-

sú helyi geoid vagy kvázigeoid meghatározásokban. A laboratóriumi kalibráló és tesztmérések elkészültek, a szoftverek összehangolása és finomítása mellett. Az első terepi mérési eredményeink igazolták a műszerünk kiváló használhatóságát.

A függővonal-elhajlás interpolációhoz szükséges kiinduló asztrogeodéziai pontok optimális pontsűrűségének vizsgálatát a Csepel-sziget déli részén végeztük. Vizsgálataink szerint lehetőleg egyenletes hálózati elosztásban 10-15 Eötvös-inga mérési pontonként szükséges 1-1 adott függővonal-elhajlás érték ismerete a megfelelő pontosságú interpolációhoz. Magyarországon digitális adatbázisban már rendelkezésre áll mintegy 45000 torziós-inga mérés, ehhez a megfelelő számú kiinduló függővonal-elhajlás érték a QDaedalus rendszerrel egyértelműen biztosítható. Ere vonatkozó legújabb kutatási eredményeinkről az utóbbi hónapokban két hazai és két nemzetközi konferencián (Miskolcon az Inverziós anketon, Sopronban a Geomatika szemináriumon, San Franciscóban az AGU konferencián és Párizsban a 5th International GOCE User Workshop-on) be is számoltunk.



4. ábra. A QDaedalus rendszer elvi felépítése.

Megjegyzés

A QDaedalus rendszer megszerzésével és fejlesztésével a függővonal-elhajlás meghatározásának területén Svájc és Németország mellett a világ élvonalába kerültünk. Ez véletlenül és szerencsésen alakult így, ezt az eredeti OTKA megbízásunkban egyáltalán nem terveztük, nem is tervezhattük. Emiatt ugyan meg kellett hosszabbítani a kutatásunk futamidejét, azonban az eddigi eredmények már igazolták a helyes döntésünket. Az ezzel kapcsolatos részletes kutatásaink – együttműködve a svájci kollégákkal - igazából most indulnak, amihez egyébként további anyagi támogatást kell keresnünk, hogy megtarthassuk az előnyünket az adott kutatási területen.

Kutatási eredményeink jelentős felértékelődése várható az új gradiométerek megjelenésével, ugyanis az eredményeink és a kidolgozott módszereink nem csak az Eötvös-ingával mérhető gradiensek kezelésére alkalmasak, hanem változtatás nélkül alkalmazhatók lesznek a következő évtizedekben a legújabb technikai berendezések által meghatározott értékek kezelésére, felhasználására is.

A 76231 sz. OTKA megbízás támogatásával készített publikációk:

- Csapó G, Égető Cs, Kloska K, Laky S, Tóth Gy, Völgyesi L (2009): *Kísérleti mérések Eötvös-ingával és graviméterekkel -- az Eötvös-inga mérések eredményei geodéziai célú hasznosításának vizsgálata céljából*, Geomatikai Közlemények, XII, 91-100.
- Csapó G, Kenyeres A, Papp G, Völgyesi L (2011): *Az abszolút g méréseket befolyásoló hatások elemzése.*, Geodézia és Kartográfia, 63(1), 8-13.
- Csapó G, Kenyeres A, Papp G, Völgyesi L (2011): *Az abszolút gravimetria magyarországi alkalmazásával kapcsolatos tervek és feladatok.*, Geodézia és Kartográfia, 63(2), 4-9.
- Dobróka M, Völgyesi L (2009): *A nehézségi erőter 3D potenciálfüggvényének inverziós előállítás*, Geomatikai Közlemények, XII, 101-107.
- Dobróka M, Völgyesi L (2009): *Inversion reconstruction of 3D gravity potential based on torsion balance measurements*, In: Geodesy for Planet Earth. Buenos Aires, Argentina, 2009.08.31-2009.09.04. Buenos Aires: 2009. p. 89. Paper Ps2-Th26.
- Dobróka M, Völgyesi L (2010): *Sorfejtéses Inverzió IV. A nehézségi erőter potenciálfüggvényének inverziós előállítás.*, Magyar Geofizika, 51(3), 143-149.
- Paláncz B, Awange J, Völgyesi L (2013): *Pareto optimality solution of the Gauss-Helmert model*, Acta Geodaetica et Geophysica, 48(3), 293-304. DOI: 10.1007/s40328-013-0027-3.
- Paláncz B, Awange J, Völgyesi L (2015): *Correction of Gravimetric Geoid Using Symbolic Regression*, Mathematical Geosciences (közlésre elfogadva).
- Tóth Gy, Égető Cs (2010): *A Mátyáshegyi gravitációs és geodinamikai obszervatórium átfogó gravitációs modellezése.*, Geomatikai Közlemények XIII/2, 113-122.
- Tóth Gy, Völgyesi L, Laky S (2014): *Reducing the Measurement Time of the Torsion Balance*, Earth on the Edge: Science for a Sustainable Planet. 617 p. Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag.
- Tóth Gy, Földváry L (2015): *Updated Hungarian gravity field solution based on 5th generation GOCE gravity field models*, Proceedings of the 5th GOCE User Workshop, 25-28 November 2014, Paris, ESA SP-728, in press.
- Tóth Gy, Földváry L (2015): *Új magyarországi geoidmeghatározás az ötödik generációs GOCE nehézségi erőter modellek segítségével*. Geomatikai Közlemények (bírálat alatt).
- Ulmann Z, Völgyesi L (2013): *Optimális geometria kialakítása Delaunay-háromszögeléssel függővonal-elhajlás interpoláció céljára*, Geomatikai Közlemények, XVI, 63-72.
- Völgyesi L (2009): *Reconstruction of a torsion balance, and the results of the test measurements*, In: Geodesy for Planet Earth. Buenos Aires, Argentina, 2009.08.31-2009.09.04. Buenos Aires: 2009. p. 73. Paper Ps2-Mo45.
- Völgyesi L (2009): *A geoid időbeli változása*, Geomatikai Közlemények, XII, 119-130.
- Völgyesi L, Égető Cs, Laky S, Tóth Gy, Ulmann Z (2009a): *Eötvös-inga felújítása és tesztmérések a budapesti Mátyás-hegyi barlangban*, Geomatikai Közlemények, XII: 71-82.
- Völgyesi L, Csapó G, Laky S, Tóth Gy, Ulmann Z (2009b): *Közel fél évszázados szünet után ismét Eötvös-inga mérések Magyarországon*, Geodézia és Kartográfia, 61(11), 3-12.
- Völgyesi L, Laky S, Tóth Gy (2010): *Az Eötvös-inga mérési idejének csökkentési lehetősége.*, Geomatikai Közlemények, XIII/2. 129-140.
- Völgyesi L, Ulmann Z (2010): *Nehézségi gradiensek linearitás-vizsgálata a Mátyás-barlangban.*, Geomatikai Közlemények, XIII/2. 123-128.
- Völgyesi L (2012): *A gravimetria mai jelentősége és helyzete Magyarországon*, Magyar Tudomány, 173(6), 706-723.
- Völgyesi L (2012): *Az Eötvös-inga mérések alkalmazása és jelentősége a geodéziában*, Geomatikai Közlemények, XV, 9-26.
- Völgyesi L, Dobróka M, Ulmann Z (2012): *Determination of vertical gradients of gravity by series expansion based inversion*, Acta Geodaetica et Geoph. Hung, 47(2), 233-244. DOI: 10.1556/AGeod.47.2012.2.11.
- Völgyesi L, Ulmann Z (2012): *Reconstruction of a torsion balance, and the results of the test measurements.*, IAG Symposia, Vol. 136, Springer-Verlag; Berlin, Heidelberg, ISBN: 978-3-642-20337-4, 281-290.
- Völgyesi L (2014): *Renaissance of the torsion balance measurements*, The 3rd International Gravity field Service General Assembly (IGFS 2014), Shanghai.
- Völgyesi L, Ulmann Z (2014): *High-resolution measurements of non-linear spatial distribution of gravity gradients in Hungary*, Earth on the Edge: Science for a Sustainable Planet. 617 p. Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag.
- Völgyesi L, Csontos A (2014a): *A földmágnesség jeletősége a geodéziában és a navigációban*. Geodézia és Kartográfia, 66(5-6) 4-9.
- Völgyesi L, Csontos A (2014b): *A mágneses északi irány meghatározása geodéziai és navigációs célokra*. Geodézia és Kartográfia, 66(7-8), 4-7.