

**Zárójelentés**  
**Evolúciós játékok gráfokon**  
OTKA K-73449 (2008-2012)

A kutatási program keretén belül evolúciós játékelméleti modelleket vizsgáltunk különböző hálózatokon. A matematikai modellek közös tulajdonsága, hogy egy rács vagy gráf pontjain elhelyezkedő játékosok nyeresége az élek által definiált szomszédoktól származik. Vizsgálataink kezdetén olyan párkölcsönhatásokat tanulmányoztunk, ahol az ekvivalens játékosok két stratégia (továbbiakban együttműködés és élőködés) közül választhatnak annak tudatában, hogy bár a kölcsönös együttműködés együttes haszna magasabb a kölcsönös élőködés együttes jövedelménél, az önző játékosok számára mégis előnyösebb az élőködés választása és ennek eredménye a társadalmi dilemma. Az evolúciós játékelméleti modellekben a játékosok úgy próbálják meg elérni a maximális nyereséget, hogy időnként átveszik a sikeresebb szomszéd stratégiáját vagy új stratégiát választanak rövidlátó módon, amivel egyéni jövedelmüket növelhetik. Ezen a modellek segítségével tanulmányozhatjuk, hogyan és milyen körülmények között alakul ki az együttműködés a sokszereplős társadalmi és biológiai rendszerekben annak ellenére, hogy az önzés érvényesülése minimális közösségi nyereséget, vagy más szavakkal a közösség tragédiáját eredményezné.

A társadalmi jelenségek vizsgálata rácsokon azért hasznos, mert az azonos lokális körülmények teszik láthatóvá ill. számszerűsíthetővé a fontos jelenségeket, és a rácsszerkezet módosításával a kapcsolatrendszer topológiai tulajdonságainak hatása is könnyebben felderíthető. Ennek előnyeit élvezhettük, mint fizikusok, az első években. Később azonban már csak viszonyítási alapként tekinthettünk a rácsmodellekre, és a valósághoz jobban közelítő jelenségek modellezése során át kellett térnünk bonyolultabb és időfüggő kapcsolatrendszerek vizsgálatára is. Ezen utóbbi modellek szembesítettek bennünket először azzal a ténnyel, hogy játékosok különbözősége fontos szerepet játszik az együttműködés evolúciós kialakulásában. Az első modellekben a különbözőséget az inhomogén kapcsolatrendszer biztosította. Azt ismertük fel, hogy ezek a közösség számára előnyös különbözőségek személyes tulajdonságokon keresztül is érvényesülhetnek, és ezt igazoltuk számos modell elemzésével.

A személyes tulajdonságok közül a meggyőzőképesség különbözősége bizonyult nagyon fontos tulajdonságnak. Ezt a jelenséget több modell segítségével is elemeztük. Az egyik modell például igazolta, hogy ebben az esetben segíthetjük a társadalmi együttműködés kialakulását azzal, ha a példaképek (próféták vagy befolyásos egyének) mozognak. Ugyanis a

nagy valószínűséggel utánzó játékosnak előnyös az együttműködés, mert utánzó viszonzják, vagyis jutalmaznak, a közösség számára előnyös magatartást. Ezzel ellentétben az élőködő utánzásánál a mester és tanítványa kölcsönösen büntetik egymást. Ezt a hatást fokozzák a befolyásos személyek különösen akkor, ha nagy szomszédsággal rendelkeznek és ráadásul még mozoghatnak is, ami lehetővé teszi, hogy a befolyásos (nagy meggyőző képességű) élőködő szembesüljön az együttműködés előnyeivel és segítse őt az együttműködésre való áttérésben. Sikerült igazolnunk, hogy ez a jelenség több mikroszkópikus folyamaton keresztül is képes kifejteni pozitív hatását. Ilyen például, ha játékosaink meggyőzőképessége a korukkal arányosan változik. Vizsgáltunk olyan modellt, ahol játékosaink meggyőző képességét (tekintélyét) fokozta a sikeres stratégiaátadás. Több olyan modellt is tanulmányoztunk, ahol az evolúcióra bízunk a személyiség illetve a kapcsolatrendszer szerkezetének kialakulását. Szinte minden esetben az derült ki, hogy a közösség számára előnyös együttműködést és az ahhoz szükséges társadalmi szerkezetet már egyszerű evolúciós szabályok is képesek kialakítani.

Vizsgáltuk az evolúciós szabályok evolúcióját is. Az első ilyen modellünkben a játékosok különböző evolúciós szabályt használtak a stratégia átvételénél a folyamat kezdetén. A számítógépes szimulációban megengedtük a játékosoknak, hogy a stratégia mellett a sikeresebb játékostól átvegyék annak stratégiaátvételi szabályát is. Jó hír, hogy ez az úgynevezett koevolúciós szabály segítette a rendszert a közösség számára optimális szabály kiválasztásában. Koevolúciós modelljeink sikerén felbuzdulva Perc és Szolnoki írt egy rövid összefoglalót a koevolúciós játékokról, ami az adott folyóirat (BioSystems) legtöbbet hivatkozott cikke lett egy éven belül.

Ennek a gondolatkörnek a lezárásaként érdemes megemlíteni azt az új irányzatot, amely a dinamikai szabályok időbeli változása miatt eredményez olyan viselkedést, ami pusztán a nyeresményértékek analíziséből nem következik. Konkrét példaként említhetjük a játékosok stratégiaátadási vagy átvételi képességének az időbeli változását. Ennek következményeként kialakuló mintázat értelmezése csak úgy lehetséges, ha a szokásos élőködő-együttműködő stratégiákon túl további „al-stratégiákat” vezetünk be. Az így kapott többstratégias (többkomponensű) rendszer már lehetőséget ad a statisztikus fizikából jól ismert mintázatok, pl. a terjedő frontok megfigyelésére. További példákat is lehet mondani, pl. a büntetési hajlandóság időbeli változására, ami hasonlóan szép illusztrációt nyújt arra, hogy a fizikából jól ismert fogalmak milyen hatékonyan és inspirálóan hatnak ezen az interdiszciplináris területen.

A koevolúciós modellek mellett nagy intenzitással tanulmányoztuk a többstratégias modelleket is. A kísérleti vizsgálatok illetve az első átlagterközelítések eredménye inspirálta a büntetés szerepének tisztázását térbeli modelleknél. Mivel a büntetés pozitív hatásának vizsgálatát legtöbb esetben a közlegelő játéknál tanulmányozták, ezért a büntetés hatását térbeli rendszerekben mi is a közlegelő játékokra alapozva tanulmányoztuk. A büntetést, mint egy harmadik (és/vagy negyedik) stratégiát vizsgáltuk olyan rendszerekben, ahol a játékosok egymást átfedő ötfős csoportokon belül választhatták az együttműködést vagy élösködést. Ebben a modellben az együttműködő egységnyi összeggel járul hozzá a közösségi haszonhoz, ami a befizetések összegének  $r$ -szerese, és a résztvevők között egyenlően osztják szét. Vagyis az összegből részesül az az élösködő is, aki a befizetés elmulasztásával növeli saját hasznát. Önző játékosok számára ez utóbbi az ajánlott stratégia (Nash egyensúly), ha  $r$  kisebb, mint a csoport létszáma. Modelljeinkben a játékosok a büntetést is választhatták, ami további költséget jelentett számukra, ugyanakkor azzal a következménnyel járt, hogy a csoport élösködőjének nyeresége is csökkent a büntetés nagyságával. A büntetést választhatta az együttműködő, mint harmadik stratégiát, de választhatta a élösködő is, amit a játékosok negyedik lehetséges stratégiájának tekinttünk. Ebben a rendszerben a büntetés költségét nem vállaló együttműködő másodrendű élösködőnek számít és sok esetben jelentős szerepet kap abban, hogy a rendszer a közösségi tragédia állapotába fejlődik. Ebben a rendszerben szisztematikusan megvizsgáltuk az evolúciós folyamat végeredményeképpen kialakuló állapotban az együttműködés mértékét alacsony zajszintnél különböző paramétereknél, amelyek jellemezték a büntetés költségét és nagyságát, illetve a közösségi befektetés eredményességét ( $r$ ). A rendszer viselkedése annyira sokszínű és összetett, hogy ebben a beszámolóban nem kívánjuk taglalni a részleteket. Néhány jelenséget azonban érdemes kiemelni. Tapasztalatainkkal összhangban a büntető élösködő csak nagyon ritka és különleges esetekben tudott életben maradni a rendszerben. A büntetés hatékonysága az együttműködés fenntartásában természetesen a várakozásoknak megfelelően függött az említett paraméterektől. Gyakori volt az olyan állapot, ahol három stratégia a kő-papír-olló játékok analógiájára ciklikusan dominálta egymást. A térbeli modellben ilyenkor az élösködők területet hódítottak az együttműködőktől, akik viszont a büntetés költségét is vállaló együttműködők kárára terjeszkedtek. A ciklikusság olyan paraméter értékeknél teljesült, amikor a büntetés nagyságának és költségének eredményeképpen a büntető együttműködő már képes volt az élösködők kárára terjeszkedni. Magas büntetésnél és költségénél figyeltük meg azt a jelenséget, hogy egy magányos együttműködő utódai képesek szétterjedni a büntetőket és élösködőket elválasztó frontvonal mentén egy szűk sávban. Ez utóbbi folyamat

azonban súlyos következményekkel jár, mert a másodrendű élőködők jelenléte legyengíti a büntetés hatékonyságát, ami olyan mértékű is lehet, hogy az evolúciós folyamat a társadalmi tragédia állapotában végződik. Az említett vizsgálatok előtt tisztázni kellett a térbeli közlegelő játék néhány alaptulajdonságát utána pedig további (koevolúciós) tulajdonságok feltárása felé fordultunk. A témakör bezárásaképpen még annyit említenénk meg, hogy modelljeink keretén belül vizsgáltuk az egyéni és intézményes büntetés hatékonyságát illetve versengését, ami egyértelműen jelezte az egyéni magasabb eredményességét a legtöbb esetben.

A hagyományos játékelmélet és az evolúciós játékelmélet kereteit folyamatosan feszítik szét az újabb tulajdonságok beépítése a modellekbe, amelyekkel a társadalmi és biológiai rendszerekben megfigyelhető jelenségek valósághűbb leírására törekszünk. Ilyen emberi tulajdonság a kísérletek szerint az emberek és állatok együttérző képessége. Ez a mi modelljeinkben úgy jelent meg, hogy az együttérző játékos saját nyeresége mellett társának nyereségét is figyelembe vette egy súlyfaktorial, amikor egy új stratégiai választása mellett döntött. A testvériesnek nevezett magatartásnál játékosaink az együttes jövedelem maximálására törekedtek. Ez a magatartás azért különleges, mert ilyen esetekben a társadalmi dilemmák megszűnnek. Ezt mutattuk meg egy olyan cikkben, amit *Journal of Theoretical Biology* 50-dik évfordulója alkalmából kiadott evolúciós játékelméleti különszámába kérték tőlünk. A testvéries magatartás előnyei és evolúciós sikere mellett szólnak azok a modell kísérleteink is, ahol a testvéries és önző magatartás formák versengését négyzetárcson tanulmányoztuk a nyeresémmátrix értékeinek függvényében, amelyek lefedték a társadalmi dilemmák teljes spektrumát.

A kapott pénzügyi támogatás legnagyobb részét számítógépeink frissítésére, irodaszerekre, könyvekre és egyéb kiadásokra fordítottuk. Egy kudarctól eltekintve minden évben volt legalább egy hallgatónk, akinek sikeres munkáját az OTKA forrásból ösztöndíj kiegészítés formájában támogathattuk. Az utazási keretben azonban jelentős maradvány képződött, mert meghívott előadásainknál a meghívók fizették a költségek jelentős hányadát. Az így képződött maradvány egy részét egy sokprocesszoros számítógép rendszer bővítésére fordítottuk, egy másik részével pedig segítettük a MAFIHE tavalyi nyári iskolájára meghívott külföldi előadó (Herbert Gintis) költségeinek fedezését. Ezen a nemzetközi nyári iskolán az egyik szekció az evolúciós játékelmélet köré szerveződött, és sikerét talán az jellemezte legjobban, hogy Gintis előadásai idején a másik három szekcióra nem maradt hallgató (és ez az aránytalanság végig jellemző maradt).

Az említett kutatások egy részét külföldi és hazai munkatársakkal együttműködve végeztük. Kiemelten legeredményesebb együttműködő partnerünk Matjaz Perc, a Maribor

University fiatal professzora. Egy-két közös cikket írtunk svájci (D. Helbing U. Stark, és M. Droz), brazil (T. Tomé) és kínai (Z. Wang, C. Wang, J. Wang, és N.-G. Xie) kollégákkal. Munkánkba sikerrel vontunk be egyetemi hallgatókat az ELTE (Hanusovszky L. és Czakó L.), illetve a Babes Bolyai Egyetem (Varga M.) hallgatói közül.

A témavezető több egyetemen (ELTE, TTK, ELTE BTK, BME, Corvinus) és hazai ill. külföldi nyári iskolákon tart rendszeresen előadássorozatot az evolúciós játékelméletről, ami lehetőséget ad arra, hogy a fiatal generációnak is átadjuk a legújabb ismereteket. Igyekeztünk minden meghívást elfogadni, ahol népszerűsíthettük az evolúciós játékelmélet eredményeit.

A négy év alatt elért eredményeinket 34 cikkben publikáltuk, amelyekre ez idáig több, mint 750 hivatkozás érkezett. A cikkek letölthetők a résztvevők honlapjáról

Szabó György: <http://www.mfa.kfki.hu/~szabo/>

Szolnoki Attila: <http://www.mfa.kfki.hu/~szolnoki/>

Budapest, 2012. május 31.

Szabó György  
MTA TTK MFA