Szakmai záró beszámoló a T73274 nyilvántartási számú „Differenciál- és differenciaegyenletek elmélete és alkalmazásai” című OTKA pályázatról

Kutatásaink differenciálegyenletek, illetve differenciaegyenletek stabilitási vizsgálataihoz, a megoldások aszimptotikus jellemzéséhez, és az integrálegyenlőtlenségek témaköréhez kapcsolódnak. A 2008-2012 kutatási időszakban 42 publikációnk jelent meg, melyek kétharmada impakt faktoros, az összesített impakt faktorq 27,28. Dolgozatainkra az elmúlt 5 évben 892, ezen belül a kutatási periódusban megjelent 42 publikációnkra pedig 64 hivatkozást regisztráltunk. Eredményeinkről 7 plenáris, 35 meghívott és további 15 előadásban számoltunk be nemzetközi konferenciákon. Ezeken kívül összesen 17 meghívott előadást tartottunk különböző hazai és külföldi egyetemek szakmai szemináriumain.

Az elért eredményeiket igyekeztünk egymástól elhatárolható csoportokra osztani. Megjegyezzük, hogy az egyes részterületek között vannak átfedések és kölcsönhatások. A pályázatban eredetileg tervezett témakörökben értünk el eredményeket, s ugyanakkor a részletes beszámolóból látszik, hogy az érdeklődésünk és a kutatásaink a tervezetthez képest kiszélesedtek.

I. A megoldások aszimptotikus jellemzése

A [2] dolgozat általános lineáris Volterra-típusú differenciaegyenletek megoldásainak határértékét vizsgálja. Pontos feltételeket adunk bizonyos konvolúciós-típusú végtelen késleltetésű egyenletekre egy az eddigiekben használatos módszerektől eltérő új megközelítés alapján. A határértékekre zárt formulákat adunk meg.

A [3] cikk különböző konvolúciós integrálok határértékeivel foglalkozik, amelyek például elágazó véletlen folyamatokban és bizonyos parciális differenciálegyenletek vizsgálatában merülnek fel. A vizsgált konvolúciókat egy függvény és egy mérték határozza meg. A dolgozatban foglalt állítások, illetve a megkonstruált példák az irodalomban meglévő korábbi egymástól távol álló eredményeket általánosítják és egységesítik.

A [4] publikációban olyan diszkrét összegek határértékének, illetve alsó- és felsőhatár-értékének létezését vizsgáltuk, amelyek a differenciaegyenletek megoldásainak aszimptotikus elméletében merülnek fel. A dolgozatban adott határérték-formulák újszerűek és lényegesen általánosítják a szubexponenciális esetre nyert korábbi, így például W. Rudin egyik eredményét is. A dolgozat néhány, példákkal is alátámasztott nyitott problémát fogalmaz meg.

A [7] cikkben olyan folytonos argumentumú autonóm lineáris differenciaegyenleteket vizsgáltunk, amelyben a késleltetések összemérhetőek, azaz mindegyik késleltetés ugyanannak a pozitív számnak egész számú többszöröse. Explicit aszimptotikus formulákat adtunk a megoldásokra abban a speciális esetben, amikor a karakterisztikus egyenletnek létezik egy valós domináns gyöke.

A differenciaegyenletek aszimptotikus elméletének egyik nevezetes eredménye Poincaré tétele. A tétel aszimptotikusan konstans együtthatójú magasabb rendű lineáris differenciaegyenletekre alkalmazható abban az esetben, amikor a limeszegyenlet sajátértékei egyszeresek és modulusaik különbözőek. [13] cikkben azt mutattuk meg, hogy másodrendű differenciaegyenletek esetén Poincaré tételének konklúziója a nemoszcilláló megoldásokra igaz marad akkor is , ha a limeszegyenletnek dupla sajátértéke van.

A [14] dolgozatban olyan aszimptotikusan autonóm lineáris differenciaegyenlet-rendszereket vizsgáltunk, amelyeknél a limeszegyenletnek egyetlen pozitív sajátértéke van és ahhoz egyetlen nemnegatív normalizált sajátvektor tartozik. A limeszegyenlet sajátértékeire vonatkozó további feltételek mellett megmutattuk, hogy a nemnegatív megoldások alkalmas súlyozott normája az adott nemnegatív normalizált sajátvektorhoz tart a végtelenben.

A [15] dolgozatban absztrakt Volterra-típusú integrálegyenlet megoldásai aszimptotikus viselkedését vizsgáltuk. Feltéve, hogy ismert a "linearizált" egyenlet növekedései/csökkenési sebessége, elegendő feltételeket fogalmaztunk meg arra, hogy ez a növekedési/csökkenési sebesség megőrződjön a vizsgált egyenlet bizonyos megoldásaira is. Az eredményeink fő erőssége az, hogy olyan esetben is alkalmazható, amikor a nemlineáris egyenlet mögött álló lineáris egyenlet domináns karakterisztikus gyöke komplex és többszörös gyök. Az általános eredményeinket számos konkrét példán illusztráltuk. Többek között vizsgáltuk a korfüggő populációs parciális differenciálegyenlet modellek, lineáris differenciálegyenletek és a sunflower egyenlet megoldásai aszimptotikus viselkedését.

A [16] dolgozatban homogén lineáris differenciaegyenlet rendszerek megoldásainak az l_p térbe esésére adtunk szükséges és elegendő, valamint elegendő feltételeket. Az eredmények a rendszer egy új transzformációján alapultak, és a differenciaegyenletek más témaköreinek (pl. stabilitásvizsgálat) a kutatásában is alkalmazhatók. Az eredményeket példákkal illusztráltuk.

A [17] dolgozatban elegendő feltételeket fogalmaztunk meg arra, hogy egy késleltetett, lineáris differenciaegyenlet minden megoldásának legyen véges határértéke. A feltételek gyengébbek, mint az irodalomban található hasonló állítások feltételei, és bizonyos esetekben szükségesek is. Az eredményeket példákkal illusztráltuk.

A [18] dolgozatban szintén arra adtunk elegendő feltételeket, hogy egy késleltetett, lineáris differenciaegyenlet minden megoldásának legyen véges határértéke. A [16] dolgozatban bevezetett új transzformációt használtuk. Eredményeink ismert eredményeket általánosítottak, és új megközelítését adták a vizsgált problémának. Az eredményeket példákkal illusztráltuk.

[22]-ben magasabb rendű nemlineáris differenciaegyenletek nulla egyensúlyi helyzetéhez tartó monoton csökkenő megoldásait vizsgáltuk. Megmutattuk, hogy az ilyen típusú megoldások exponenciális csökkenési rátája mindig a linearizált egyenlet pozitív sajátértéke. További simasági feltételek mellett aszimptotikus formulát is adtunk a monoton csökkenő megoldásokra.

Perron és Lettenmeyer erdeményei szerint kvázilineáris közönséges differenciálegyenletek-rendszerek bármely nemtriviális megoldásának Ljapunov-kitevője egyenlő a limeszegyenlet valamely sajátértékének valós részével. A [23] cikkben azt bizonyítottuk, hogy ha a megoldás nemnegatív, akkor a Ljapunov-kitevő mindig sajátértéke a limeszegyenletnek, és tartozik hozzá nemnegatív sajátvektor is.

Számos dolgozat foglalkozik a logisztikus differenciálegyenletek megoldásainak aszimptotikus viselkedésével. Korlátos késleltetés esetében a vizsgált egyenletek megoldásai exponenciálisan konvergálnak. A [25] dolgozatban az eddigi publikációktól eltérő módszert alkalmazva megmutatjuk, hogy végtelen késleltetés esetén a konvergencia gyorsasága függ a kezdeti függvénytől is. Nevezetesen egyes megoldások exponenciálisan, mások csak szubexponenciálisan konvergálnak.

A [27] dolgozatban nem-homogén késleltetett differenciálegyenletek megoldásainak konvergenciáját vizsgáljuk abban az esetben, amikor az egyenletet egy időtől függő impulzus sorozattal perturbáljuk. A korábbi publikációktól eltérő technikát használva számos korábbi eredményt általánosítottunk. Továbbá bizonyos esetekben határérték formulát is megadtunk.

A [35] cikk fő eredménye azt mutatja, hogy Poincaré-féle differenciaegyenletek nemnegatív megoldásainak exponenciális növekedési rátája mindig olyan sajátértéke a limeszegyenletnek, amelyhez nemnegatív sajátvektor tartozik. A tétel nemnegatív megoldások esetén megjavítja az ismert Perron-féle tétel konklúzióját, a konstans együtthatós esetben pedig visszakapjuk belőle a klasszikus Perron-Frobenius-tételt.

[36]-ban egy nemlineáris folytonos változójú differenciaegyenlet heteroklinikus megoldásait vizsgáltuk. A fő eredmény leírja a heteroklinikus megoldások aszimptotikus viselkedését abban az esetben, amikor a megoldás argumentumában szereplő eltolások racionálisan függetlenek.

A [38] dolgozatban nemlineáris Volterra differenciaegyenletek megoldásainak aszimptotikus jellemzését vizsgáltuk. Az eredményeink abban az esetben is alkalmazhatók, amikor a hozzárendelt lineáris egyenlet domináns karakterisztikus gyöke többszörös komplex gyök. Az eredményeink alkalmazásaként számos populációs modellegyenlet megoldásainak aszimptotikus viselkedését vizsgáltuk.

[41]-ben olyan véges dimenziójú lineáris homogén differenciaegyenleteket vizsgáltunk, amelyek együtthatói aszimptotikusan konstansok. Egy Perron-féle eredmény szerint a nemtriviális megoldások exponenciális növekedési rátája egyenlő a limeszegyenlet valamelyik sajátértékének a modulusával. A cikkben megmutattuk, hogy egy adott kúpban haladó megoldáshoz tartozó növekedési ráta mindig sajátértéke a limeszegyenletnek, és ehhez a sajátértékhez tartozik egy kúpbeli sajátvektor is.

II. Állapotfüggő késleltetésű és absztrakt differenciálegyenletek

Az [1] cikkben állapotfüggő késleltetésű differenciálegyenletek különböző osztályaira alkalmazható numerikus approximációs módszert vizsgáltunk, és összefoglaltuk a korábbi approximációs eredményeinket. Módszerünket kiterjesztettük bizonyos parciális differenciálegyenletekre is, amelyek korfüggő populációs modellegyenletekkel kapcsolatosak. Megfogalmaztunk nyitott problémákat a szakaszonként konstans argumentumú differenciálegyenletek oszcillációs és stabilizációs tulajdonágaira.

Az [5] dolgozatban linearizált stabilitási tételt fogalmaztunk meg állapotfüggő késleltetésű neutrális differenciálegyenletek egy osztályára. Megmutattuk, hogy a nemlineáris egyenlet triviális megoldása exponenciálisan stabil, ha a hozzárendelt lineáris neutrális differenciálegyenlet triviális megoldása exponenciálisan stabil. Az eredmények alkalmazásaként explicit lokális stabilitási tételeket fogalmaztunk meg.

A [8] dolgozatban a Kneser-tételt általánosítását adtuk meg, valamint egy összehasonlítási tételt fogalmaztunk meg állapotfüggő késleltetésű differenciálegyenletek egy osztályára.

A [9] cikkben állapotfüggő késleltetésű differenciálegyenletek stabilitását vizsgáltuk. Elégséges feltételt adtunk arra, hogy a nemlineáris egyenlethez hozzárendelt lineáris egyenlet triviális megoldásának exponenciális stabilitása megőrződjön a nemlineáris egyenletre. Az általános összehasonlítási tétel alkalmazásaként állapotfüggő késleltetésű egyenletek korlátos (például periodikus) megoldásai exponenciális stabilitására adtunk elegendő feltételt.

A [24] dolgozatban absztrakt állapotfüggő késleltetésű egyenletek megoldásai paraméterektől való függését, a megoldások paraméter szerinti differenciálhatóságát vizsgáltuk olyan esetekre is, amikor a késleltetés nem korlátos.

A [28] cikkben állapotfüggő késleltetésű differenciálegyenletek megoldásainak kezdeti függvénytől illetve a kezdeti időponttól való differenciálhatóságát vizsgáltuk. A kapott eredmények jelentősen megjavítják korábbi eredményeinket a kezdeti érték szerinti differenciálhatóság tekintetében. illetve az első olyan dolgozat, amely erre az egyenletosztályra a kezdeti időpont szerinti differenciálhatóságot vizsgálja.

A [29] dolgozat neutrális állapotfüggő késleltetésű differenciálegyenletek egy általános osztályában vizsgálja a megoldások létezését, egyértelműségét és paraméterek szerinti differenciálhatóságát.

2012-ben Hartung Ferenc megvédte „Differentiability of solutions with respect to parameters in differential equations with state-dependent delays” című akadémiai doktori értekezését [30]. A dolgozatban korábbi eredményeit továbbfejlesztve retardált ill. neutrális állapotfüggő késleltetésű differenciálegyenletek paraméter szerinti differenciálhatóságára adott meg elégséges feltételeket, illetve az eredmények alkalmazásaként kvázi-linearizációs paraméterbecslési módszer lokális konvergenciáját igazolta.

III. Integrálegyenletek és integrálegyenlőtlenségek mértékterekben

A [6] dolgozatban Bihari típusú integrál egyenlőtlenségek mértékekre történő általánosítását vizsgáljuk. Felső korlátokat adunk az egyenlőtlenség megoldásaira, valamint tanulmányozzuk az egyenlőtlenséghez kapcsolódó integrálegyenletek megoldhatóságát.

A [11] dolgozatban olyan integrálegyenlőtlenségeket vizsgáltunk absztrakt Lebesgue integrált használva, amelyek Bihari típusú integrálegyenlőtlenségek általánosításai. Az egyenlőtlenségekben szereplő integráloperátort konkáv függvények határozzák meg. A tekintett egyenlőtlenség megoldásaira explicit felső korlátokat adtunk. Tanulmányoztuk továbbá a kapcsolódó integrálegyenlet legkisebb és legnagyobb megoldásának a létezését, a megoldások kiterjeszthetőségét, valamint a megoldások szukcesszív approximációval való előállíthatóságát.

A [12] dolgozatban olyan integrálegyenlőtlenségeket fogalmaztunk meg és igazoltunk valószínűségi mértékterekben, amelyek hátterét a diszkrét Jensen egyenlőtlenségek témakörébe tartozó néhány egyenlőtlenség adja. A nyert eredmények finomítják a klasszikus Jensen egyenlőtlenséget, valamint a becslések pontosságát is mutatják.

A [31] dolgozatban egy általános eljárást dolgozunk ki a diszkrét Jensen egyenlőtlenség finomításának a megadására konvex és Jensen konvex függvényekre. A módszer a probléma új kezelését teszi lehetővé, alkalmazásával számos ismert egyenlőtlenség megkapható a korábbinál általánosabb alakban, és új egyenlőtlenségek generálhatók.

A [32] dolgozatban egy új típusú finomítását adjuk a diszkrét Jensen egyenlőtlenségnek konvex és Jensen konvex függvényekre. A bevezetett sorozatok konvergenciáját is vizsgáljuk egy önmagában is érdekes, valószínűségszámítási hátterű eredmény segítségével. Az eredményeket alkalmazzuk új kvázi-aritmetikai közepek monotonitásának és konvergenciájának a tanulmányozására.

A [33] cikkben a [34] dolgozat eredményeinek a felhasználásával új Cauchy típusú és súlyozott kevert közepeket értelmezünk. Vizsgáljuk a bevezetett közepek monotonitását, és néhány kapcsolódó függvény exponenciális konvexségét.

A [34] dolgozatban a diszkrét Jensen egyenlőtlenség egy finomítását adjuk konvex és Jensen konvex függvényekre. Az eredmény közös általánosítása a Jensen egyenlőtlenség korábbi nevezetes finomításainak. Speciális esetekben megadjuk a bevezetett egyenlőtlenségek konkrét alakját.

A [40] dolgozatban a [34] dolgozat eredményeire támaszkodva kvázi-aritmetikai közepek finomításait adjuk. Az eredmények segítségével általánosítjuk a Hölder és Minkowski egyenlőtlenségeket.

IV. Stabilitásvizsgálatok, periodikusság, korlátosság és alkalmazások

A [10] dolgozatban lineáris nem konvolúciós típusú Volterra differenciaegyenletek megoldásai korlátosságát vizsgáltuk. Megmutattuk, hogy ha minden megoldás korlátos, akkor a kernel függvény egy bizonyos tulajdonságot teljesít, amely közel van a korlátosságot biztosító eddigi eredmények feltételéhez. Az eredményeket konvolúciós esetre is alkalmaztuk.

Tegyük fel, hogy diszkrét sorozatok két tere „admissible” egy lineáris Volterra-típusú operátorra nézve. Ebben az esetben a [19] dolgozat azt vizsgálta, hogy milyen feltételek mellett lesz a fenti két tér „admissible” az egyenlet rezolvens operátorára nézve. A dolgozat tételei egységes tárgyalását adták a súlyozottan korlátos, illetve a súlyozottan konvergens sorozatok terének, továbbá az általában vizsgált exponenciálisan súlyozott sorozatokon túl alkalmazhatóak a lassan változó, úgy nevezett szubexponenciális sorozatokra is.

A [20] dolgozatban lineáris Volterra-típusú differenciaegyenletek aszimptotikusan periodikus megoldásainak létezését mutattuk meg nem konvolúciós esetben. A bizonyítások a diszkrét egyenletek megoldásainak korlátosságára és konvergenciájára vonatkozó korábbi eredményeinken alapult. Az általunk alkalmazott módszer hatékonyságát egy korábban mások által vizsgált speciális példán szemléltettük.

A [21] cikkben olyan késleltetett argumentumú differenciálegyenleteket vizsgáltunk, amelyek fontos szerepet játszanak a neurális hálózatok elméletében. Megmutattuk, hogy a fázistér egy sűrű részhalmazából induló megoldások közelíthetők egy közönséges differenciálegyenlet megoldásaival. Az approximáció mindig egyenletes véges intervallumokon, a paraméterek bizonyos tartományában pedig egyenletes a teljes végtelen intervallumon.

A [26] cikkben magasabb rendű nem autonom differenciaegyenletek megoldásainak p-összegezhetőségét, vagy más szóval p-stabilitását vizsgáljuk. A vizsgálataink alapja egy korábbi cikkünkben [16] bevezetett transzformáció és a Kummer’s –féle konvergencia teszt. Az eredményeink alkalmazhatók az aszimptotikus stabilitás vizsgálatára is, még abban az esetben is, amikor az együtthatók nem korlátos sorozatok.

A [37] dolgozatban lineáris és nem-lineáris Volterra differenciaegyenletek megoldásainak korlátosságát vizsgáltuk. Könnyen ellenőrizhető kritériumokat adtunk meg, amelyek esetenként szükségesek, illetve közel szükségesek is. Az eredményeinket példákon szemléltettük.

Az elmúlt évtizedben számos dolgozat foglalkozik a lineáris és nem-lineáris magasabb rendű differenciaegyenletek periodikus megoldásainak vizsgálatával. A [39] dolgozatban tisztán algebrai módszerekkel adtunk szükséges és elégséges feltételeket arra nézve, hogy a vizsgált egyenletnek létezzék periodikus megoldása egy előírt p periódussal. A vizsgálataink alapja egy új transzformáció ([16]), amely a vizsgált magasabb rendű egyenletet átírja egy speciális formájú elsőrendű, de magasabb dimenziós egyenletre. Az eredmények alkalmazhatóságát példákkal illusztráljuk.

[42]-ben szükséges és elegendő feltételt adtunk arra, hogy egy lineáris autonóm közönséges differenciálegyenletnek létezzen pozitív megoldása egy adott rendező kúp által generált parciális rendezésre nézve.

További szakmai terveink

A fenti kutatásaink folytatását továbbra is tervezzük. A 2012-2016 időszakra beadott és elfogadott OTKA pályázatunkban részleteztük a tervezett munkatervet.

Egyéb tudományos aktivitások

Nemzetközi konferencia szervezése (Hartung Ferenc és Pituk Mihály) „International Conference on Differential and Difference Equations (July 14-17, 2008, Veszprém, Hungary)” címmel.

Speciális szekció szervezése (Győri István és Hartung Ferenc) a Fifth World Congress of Nonlinear Analysts (Orlando, Florida, USA, July 2- July 9, 2008) konferencián “Theory and applications of delay differential and difference equations” címmel.

Speciális szekció szervezése (Győri István és Pituk Mihály) az 18th International Conference on Difference Equations and Applications (Barcelona, Spain, July 23–27, 2012) konferencián “ Asymptotic Behavior and Periodicity of Difference Equations” címmel.

Egyéb támogatások

TÉT, Magyar-Spanyol kutatási együttműködés, 4,1 mFt, 2009-2010, témavezető: Krisztin Tibor, résztvevők: Győri István, Hartung Ferenc, Pituk Mihály, Röst Gergely, Vas Gabriella, Bartha Ferenc Ágoston

Számos meghívás konferencia előadás tartására, ahol a meghívó fél fizette a részvételi költségeket illetve azok egy részét.

Hozzájárulok ahhoz, hogy a T73274 nyilvántartási számú kutatás eredményei alapján készült zárójelentésemet, az OTKA Bizottság nyilvánosságra hozza, illetve a tudományos közösség számára ismert, elérhető archívumban archiválja.

Veszprém, 2012.október 30.

Dr. Győri István, témavezető

Melléklet a szakmai beszámolóhoz

Publikációs lista

1. I. Győri, F. Hartung, On numerical approximation using differential equations with piecewise-constant arguments, *Periodica Matematica Hungarica*, 56 (2008), 55-69. DOI: 10.1007/s10998-008-5055-5.
2. I. Győri, L. Horváth, Asymptotic representation of the solutions of linear Volterra difference equations, *Advances in Difference Equations*, Volume 2008, Article ID 932831, 22 pages, (2008) doi: 100.1155/2008/932831. IF: 0,437
3. I. Győri, L. Horváth, New limit formulas for the convolution of a function with a measure and their applications, *Journal of Inequalities and Applications*, Volume 2008, Article ID 748929, 35 pages, (2008) doi: 10.1155/2008/748929. IF: 0,408
4. I. Győri, L. Horváth: Limit theorems for discrete sums and convolutions, *Communications of the Laufen colloquium on science Laufen, Austria, April 1-5, 2007. Aachen*: Shaker. Berichte aus der Mathematik, 8, 1-20, 2008
5. F. Hartung, Linearized Stability for a Class of Neutral Functional Differential Equations with State-Dependent Delays, *J. Nonlinear Analysis: Theory, Methods and Applications*, 69 (2008) 1629–1643. IF: 0,677
6. L. Horváth, Generalization of a Bihari type integral inequality for abstract Lebesgue integral, *J. Math. Inequal*. 2(1), (2008) 115-128.
7. R. Medina, M. Pituk, Asymptotic behavior of a linear difference equation with continuous time, *Periodica Mathematica Hungarica* 56 (2008) 97-104.
8. B. Slezák, On the parameter-dependence of the solutions of functional differential equations with unbounded state-dependent dalay II. The Kneser-theorem and some comparison theorems. *International Journal of Qualitative Theory of Differential Equations and Applications*. 2(2) (2008) 214-228.
9. I. Győri, F. Hartung, On the exponential stability of a nonlinear state-dependent delay system, in *Advances in Mathematical Problems in Engineering Aerospace and Sciences*, ed. S. Sivasundaram. Cambridge, UK: Cambridge Scientific Publishers Ltd, (2009) 39-48. ISBN 978-1-904868-68-2.
10. I. Győri, D.W. Reynolds, Sharp conditions for boundedness in linear discrete Volterra equations, *J. Difference Equations and Applications*, 15 (2009) 1151-1164. IF: 0867
11. L. Horváth, Generalized Bihari type inequalities and the corresponding integral equations, *J. Inequal. Appl.* 2009, Art. ID 409809, 20pp. IF: 0.764
12. L. Horváth, Inequalities corresponding to the classical Jensen's inequality, *J. Math. Inequal.* 3(2) (2009) 189-200.
13. R. Medina, M. Pituk, Nonoscillatory solutions of a second order difference equation of Poincaré type, *Applied Mathematics Letters* 22 (2009) 679-683. IF: 0.948
14. M. Pituk, Nonhomogeneous iterations with asymptotically constant coefficients, *Linear Algebra and its Applications* 431 (2009) 1815-1824. IF: 0.878
15. Győri I., Hartung F.: Asymptotically exponential solutions in nonlinear integral and differential equations, *J. Differential Equations*, 249 (2010) 1322-1352. IF:1.426
16. Győri I., Horváth L.: A new view of the l^p-theory for a system of higher order difference equations, *Computers and Mathematics with Applications*, 59 (2010) 2918-2932. IF:1.192
17. Győri I., Horváth L.: Asymptotic constancy in linear difference equations: Limit formulae and sharp conditions, *Advances in Difference Equations*, 2010, Article ID 789302, 20 pages (doi:10.1155/2010/789302) (2010) IF:0.892
18. Győri I., Horváth L.: Asymptotic behaviour of the solutions of a nonautonomous linear delay difference systems, *Applied Mathematics and Computation*, 217 (2010) 40205-40216. IF:1.124

19. Győri I., Reynolds D. W.: On admissibility of of the resolvent of discrete Volterra equations, *J. Difference Equations Appl*., 16 (2010) 1393-1412. IF:0.836
20. Győri I., Reynolds D. W.: On asymptotic periodic solutions of linear discrete Volterra equations, *Fasciculi Mathematici*, 44 (2010) 53-67.
21. Krasznai B., Győri I., Pituk M.: The modified chain method for a class of delay differential equations arising in neural networks, *Mathematical and Computer Modelling*, 51 (2010) 452-460, IF:1.103
22. Krasznai B., Győri I., Pituk M.: Positive decreasing solutions of higher-order nonlinear difference equations, *Advances in Difference Equations*, 2010, Article ID 973432, 16 pages (doi:10.1155/2010/973432) (2010) IF:0.892
23. Pituk M.: A note on nonnegative solutions of a perturbed system of ordinary differential equations, *Annales Univ. Sci. Budapest* 53 (2010) 91-96.
24. Slezák B.: On the smooth parameter-dependence of the solutions of abstract functional differential equations with state-dependent delay. *Functional Differential Equations*, 17 (3-4.) (2010) 253-293.
25. Appleby JAD, Győri I, Reynolds DW, History-dependent decay rates for a logistic equation with infinite delay, *P Roy Soc Edinb A*, 141 (2011) pp. 23-44. IF=0,669
26. Győri I., Horváth L.: lp -solutions and stability analysis of difference equations using the Kummer's test, *Appl Math Comput*, 217:(24) (2011) pp. 10129-10145. IF=1,534
27. Győri I, Karakoç F, Bereketoğlu H: Convergence of solutions of a linear impulsive differential equations system with many delays, *Dynam Cont Dis Ser A*, 18:(2), (2011) pp. 191-202.
28. Hartung F.: Differentiability of solutions with respect to the initial data in differential equations with state-dependent delays, *J Dyn Differ Equ*, 23:(4) (2011) 843-884. IF=1,375
29. Hartung F.: On Differentiability of Solutions with respect to Parameters in Neutral Differential Equations with State-Dependent Delays, *Ann Mat Pur Appl*, (2011) DOI 10.1007/s10231-011-0210-5, IF=0,896
30. Hartung F.: Differentiability of solutions with respect to parameters in differential equations with state-dependent delays, Dissertation submitted for the degree Doctor of the Hungarian Academy of Sciences, 2011.
31. Horváth L.: A method to refine the discrete Jensen's inequality for convex and mid-convex functions, *Math Comput Model*, 54:(9-10), (2011) 2451-2459. IF=1,066
32. Horváth L.: A parameter-dependent refinement of the discrete Jensen's inequality for convex and mid-convex functions, *J Inequal Appl* 2011:26, (2011). IF=0,879
33. Horváth L., Khan K. A., Pečarić J.: Refinements of results about weighted mixed symmetric means and related Cauchy means, *J Inequal Appl* Art. ID 350973, (2011). IF=0,879
34. Horváth L., Pečarić J.: A refinement of the discrete Jensen's inequality, *Math Inequal Appl* 14:(4) (2011) 777-791. IF=0,524
35. Pituk M.: A link between the Perron-Frobenius theorem and Perron's theorem for difference equations, *Linear Algebra and its Applications*, 434,(2011) 490-500. IF=1,127
36. Pituk M.: A limit boundary value problem for nonlinear difference equations, *Proceedings of the Workshop "Future Directions in Difference Equations: Universidade de Vigo, June 13-17, 2011, Spain"*, Universidade de Vigo, Servizo de Publicacions, 2011, pages 157-161. ISBN: 978-84-8158-541-4
37. Győri I., E. Awwad: On the boundedness of the solutions in nonlinear discrete Volterra difference equations, Adv. Difference Equ. 2012:2, (2012). IF=0,85
38. Győri I., Hartung F.: Asymptotic behavior of nonlinear difference equations, *Journal of Difference Equations and Applications*, 18(9) (2012) 1485-1509. IF=0,951
39. Győri I., Horváth L., Sharp algebric periodicity conditions for linear higher order difference equations, *Computers and Mathematics with Applications*, 64 (2012) 2262-2274. IF=1,747
40. L. Horváth, Khuram Ali Khan, J. Pecaric: Refinements of Hölder and Minkowski inequalities with weights, *Proc. A. Razmadze Math. Inst.*, 158, (2012) 33-56.

41. Obaya, R., Pituk M.: A variant of the Krein-Rutman theorem for Poincaré difference equations, *Journal of Difference Equations and Applications* 18, (2012) 1751-1762. IF=0,951
42. Pituk M.: A note on the oscillation of linear time-invariant systems, *Applied Mathematics Letters* 25, (2012) 876-879. IF=1,371