

Szakmai beszámoló

a 68043 sz. „Matematikai formalizmus – érvek és ellenérvek”

OTKA projektről

Az alábbiakban a projekt eredményeként létrejött közleményeket a Részletes kutatási terv pontjait követve tekintjük át.

1. A matematika formalista értelmezésének továbbgondolása.

Ezen a téren E. Szabó László fejlesztette tovább korábbi elméletét, számos részletkutatással gazdagítva azt. A formalista matematikafilozófia egyik alapvető tézise szerint a matematika mondatai nem szólnak semmiről, csupán egy formális rendszer jólképzett formulái. A matematika mondatainak bármiféle jelentéstől való megfosztása azonnal felveti azt a kérdést, hogy hogyan lehetséges, hogy ezek a „jelentés nélküli” mondatok olyan jól alkalmazhatók a különböző tudományos elméletekben, jelesül a fizikai elméletekben. A matematikáról alkotott filozófiai álláspontunk kialakítása ezért elválaszthatatlan a logikának és a matematikának a fizikai elméletekben betöltött szerepe tisztázásától, a fizikai elméletek formális/logikai elemzésétől, valamint annak feltárásától, hogy a megfelelően formalizált fizikai elméletek terminusai/formulái miként töltődnek fel a fizikai világra referáló jelentéssel, más szóval hogyan épül fel a fizikai elméletek szemantikája. Mint ismeretes, ezek a kérdések erősen foglalkoztatták a Bécsi Kör filozófusait is, mindenekelőtt Carnapot és Reichenbachot. Különösen érdekes ez a probléma az olyan területeken, ahol a kantianus filozófiai tradíciók szerint a matematika *a priori* igazságai működni látszanak, jelesül a (fizikai) tér/téridő geometriája, vagy a valószínűségszámítás esetében. Míg az első esetben a relativitáselmélet megszületése óta általánosnak mondható egyfajta óvatosság, és a filozófusok legtöbbje a Reichenbach által szorgalmazott konvencionalista álláspontra helyezkedik, a valószínűségszámítással kapcsolatban a probléma teljesen reflektálatlan maradt. A téridő geometriájára vonatkozó fizikai elméletek logikai-empirista elemzését, az elméletek szemantikájának felépítését, a Reichenbach-féle „koordinatív definíciók” pontos analízisét tartalmazzák E. Szabó László „Empirical foundation of space and time” és “Lorentzian theories vs. Einsteinian special relativity -- a logico-empiricist reconstruction” c. publikációi. Utóbbi cikk alapvető tézise, hogy a speciális-relativisztikus fizika lorentziánus – azaz a klasszikus Galilei-kinematikát megőrző – és einsteini változata minden vonatkozásban azonos egymással, és hogy minden látszólagos különbség csupán egy terminológiai zavar eredménye. Az elemzés alapját a két elmélet pontos logikai-empirista szellemu rekonstrukciója képezi. A valószínűségszámítás Kolmogorov-féle axiomatikus elmélete és a fizikai eseményekre alkalmazható valószínűségfogalom viszonyát elemzi Szabó „Objective probability-like things with and without objective indeterminism” c. írása. A cikk a valószínűség-interpretációk általános problémájának újrafogalmazását követően amellett érvel, hogy nincs az eseményeknek, illetve bekövetkezésük körülményeinek olyan objektív tulajdonsága, mint az esemény „valószínűsége”. Ez az, amiért a standard interpretációk nem képesek a valószínűség fogalmát problémamentes módon empirikus terminusokban értelmezni, és ez az, amiért a tudományok, jelesül a fizika, tökéletesen működik egy ilyen definíció hiányában. Konkrét példák elemzésén keresztül bemutatja saját megközelítését (no-probability interpretation of probability), azaz hogy hogyan lehetséges a szokásos valószínűségi diskurzusokat a valószínűség fogalma nélkül lefolytatni. Ehhez kapcsolódnak továbbá a „The Einstein—Podolsky—Rosen Argument and

the Bell Inequalities” és a „Véletlen és teremtés, avagy kockázik-e az Isten?” c. cikkek is. A „What remains of probability?” c. írás David Lewis „A Subjectivist’s Guide to Objective Chance” c. műve központi tézisének, a “Principal Principle”-t elemzi. Rámutat, hogy az elv cirkularitásokat rejt, és amellett érvel, hogy Lewis szubjektivistája elmélete egyáltalán nem nyújt megoldást a valószínűség értelmezésének ismert problémáira.

E. Szabó László „Mathematics in a Physical World” c. cikkének célja, hogy egyrészt tisztázza, miben is állnak a logikai/matematikai tények, másrészt, hogy megmutassa, hogyan lehet ezeket elhelyezni egy tökéletesen fizikainak gondolt világ ontológiájában. Ha a fizikalizmus igaz, minden tény a világ fizikai tényein nyugszik, azok által van kikényszerítve. Ha tehát vannak logikai/matematikai tények, azokat a világ fizikai tényeinek kell determinálniuk.

1.1. A matematika szerepe fizikai elméletek formalizálásában.

Rédei Miklós „Causal completeness ...” és „Causal completeness ... open problems” c. cikkeiben új definíciókat adja a kauzális teljesség fogalmának, mind klasszikus, mind nem klasszikus (kvantum) valószínűségelméletekben. Egy valószínűségi elmélet definíció szerint akkor kauzálisan zárt, ha bármely az elmélet által jóslott korrelációnak létezik az elméletben kauzális magyarázata. Ha az elmélet olyan korrelációkat tartalmaz amelyek az elmélet szerint kauzálisan független események között állnak fenn, akkor a kauzális zártság azt követeli, hogy a szóbanforgó korrelációknak legyenek az elméleten belül Reichenbachi közös okai, vagy közös ok rendszerei. Az első dolgozat a korreláció egy általános fogalmát vezeti be és olyan állításokat fogalmaz meg a kauzális zártsággal kapcsolatban, amelyek a kauzális zártság lehetőségességét mutatják. A második írás több sejtést és nyílt problémát fogalmaz meg. Ezek egyike, hogy atommentes (nem feltétlenül klasszikus) valószínűségi terek kauzálisan zártak abban a nagyon erős értelemben, hogy minden logikailag független eseménypár közötti korrelációnak létezik bármilyen sokelemű reichenbachi közös ok magyarázata. A kauzális zártság filozófiai interpretációja az, hogy valószínűségelméleteink kompatibilisak tudnak lenni a Reichenbachi Közös Ok Elvvel.

Ugyancsak a matematika alkalmazásával/alkalmazhatóságával kapcsolatos Rédei Miklós két további publikációja. A „The History of Quantum Logic” című könyvfejezethez való kontribúciója speciálisan a kvantumlogika Birkhoff-Neumann felfogását tekinti át, részben összefoglalva archív történeti kutatások eredményeit is. A Birkhoff-Neumann felfogás nemcsak történeti jelentősége, hanem filozófiai vonatkozásai miatt is érdekes. Az „A racionális demokratikus véleményösszegzés korlátairól” című dolgozat áttekintését adja bizonyos olyan újabb eredményeknek a matematikai társadalomtudomány területéről, amelyek azt mutatják, hogy nem lehetséges olyan demokratikus véleményösszegző mechanizmus, mely racionális véleményekből racionális véleményt formál. A dolgozat rávilágít a demokratikus eljárásoktól elvárt kritériumok némelyikének problematikus voltaira.

Rédei Miklós S.J. Summerssel írt “When are quantum systems operationally independent?” c. dolgozata új függetlenségi fogalmakat definiál a Neumann-algebrák elméletére alapozott kvantummechanikában, és vizsgálja a bevezetett függetlenség-fogalmak viszonyát az irodalomban már korábban elemzett függetlenség-fogalmakhoz. Az új függetlenség-fogalmak egy jellegzetes alkalmazása a kvantumtérelméletben történik, ahol a kauzális függetlenség kifejezésére szolgál. A dolgozat állításokat fogalmaz meg, amelyek azt fejezik ki, hogy az újonnan bevezetett „operációs függetlenség” fennáll a kvantumtérelméletben a térszerűen szeparált (és ezért kauzálisan független) téridőtartományokban lokalizált fizikai rendszerekre.

Rédei „Kolmogorovian Censorship Hypothesis for general quantum probability theories” c. cikke azt mutatja meg, hogy a „kolmogorovi cenzúra”, amely szerint nincsenek valódi kvantumvalószínűségek, hanem minden kvantumvalószínűség klasszikus (kolmogorovi) feltételes valószínűségként interpretálható, ahol a föltételek mindig mérési aktusok, fennáll (bizonyos

megszorításokkal) tetszőleges olyan kvantumvalószínűségi mértékterekre vonatkozóan is, amelyek a Neumann-algebrák elméletében leírhatók. A pozitív eredmény mellett a dolgozat kritizálja a kolmogorovi cenzúra hipotézis instrumentalista jellegét és rámutat, hogy a censorship-hipotézis értelmességét megalapozó állítás bizonyíthatóságát biztosító megszorítások nem gyengíthetők, és ez a tény a hipotézis univerzális érvényességét lényegesen korlátozza.

Rédei M.: "Einstein's dissatisfaction with non-relativistic quantum mechanics and relativistic quantum field theory" *Philosophy of Science (Supplement, 2010)* és Rédei M.: "Einstein meets von Neumann: Locality and operational independence in algebraic quantum field theory" in *Deep Beauty: Understanding the Quantum World through Mathematical Innovation*, H. Halvorson (ed.) (Cambridge University Press, New York, 2011) dolgozatai Einstein kvantummechanika kritikáját elemzik mind történeti kontextusban mind pedig a modern algebrai kvantummechanika szempontjából, és azt az állítást fogalmazzák meg, hogy Einstein és Neumann metaforikus értelemben találkoznak az algebrai relativisztikus térelméletben olyan értelemben, hogy az algebrai térelmélet kielégíti azokat a kritériumokat amelyeket Einstein szükségesnek látott teljesülni ahhoz, hogy egy fizikai elméletet kompatibilisnek lehessen tekinteni a térelméleti paradigmával. Einstein reletivitáseméletre alapozott kauzális intuíciója tehát a kvantumelmélet Neumann által kialakított formalizmusában talált megfelelő kifejezési lehetőséget. Ezen állítás bizonyítása részint Einstein informális kvantummechanika kritikájának interpretálásán, részint pedig azon alapul, hogy a dolgozatok megmutatják: az algebrai térelméletben fennállnak bizonyos matematikailag explicite definiált operacionális függetlenségi tulajdonságok, melyeket a kutatás korábbi fázisában vezettek be és elemeztek.

Ezen elemzéseket tovább folytatja a Rédei M.: "Operational separability and operational independence in algebraic quantum mechanics" dolgozat. Ebben a munkában operacionális függetlenség definíciók egy újabb hierarchiáját definiáljuk az algebrai kvantummechanika keretei között, megfogalmazva egy sor nyílt kérdést a hierarchia logikai szerkezetére vonatkozóan. Megmutatjuk, hogy az operacionális szeparálhatóság-nak nevezett függetlenség egy erősebb változata ekvivalens a korábban bevezetett operacionális függetlenséggel, és megfogalmazzuk a sejtést, hogy az operacionális szeparálhatóság gyenge változata azonban szigorúan gyengébb mint az operacionális függetlenség. A vizsgálatok érdekességét az adja, hogy az irodalomban előforduló függetlenség-definíciók szinte kivétel nélkül az operacionális függetlenség fogalmának speciális esetei.

E. Szabó László, Gyenis Balázs, Gyenis Zalán, Rédei Miklós és Szabó Gábor „Korrelációk kauzális magyarázata” c. írása az ide vonatkozó kutatások áttekintése a magyar olvasók számára. A reichenbachi közös ok elv szerint bármely két olyan korreláló eseménynek, amelyek nem állnak egymással közvetlen kauzális vagy logikai kapcsolatban, létezik közös oka. Ez a metafizikai elv a hetvenes évektől kezdve egyre több figyelmet kapott, nevezetesen a kvantumelmélet rejtett paraméteres kutatásaiban. Atomi objektumokon végzett mérések kvantumelméleti jóslatai valamint később a ténylegesen elvégzett mérések ugyanis azt sugallták, hogy léteznek olyan, távoli események közötti korrelációk, amelyek esetében kizárható mind a közvetlen kauzális hatás, mind a közös ok. Röviden, úgy tűnik, hogy a reichenbachi közös ok elv a kvantumjelenségek körében nem érvényes. Így aztán egyre inkább a körül a kérdés körül kezdett el forogni a vita, hogy miféle elv is a reichenbachi közös ok elv. Metafizikai elv? Empirikus állítás? Metodológiai heurisztika? Ha pedig empirikus állítás vagy metafizikai elv, akkor hol húzódnak érvényességének határai? Érvényes a klasszikus fizikában, de nem érvényes a kvantumelméletben? Kiterjeszhető az elv a kvantumtérelméletre, vagy sérül a véges jelterjedési sebesség következményeként? A nyolcvanas évek végétől az irodalomban az a konszenzus kezdett kibontakozni, hogy a reichenbachi közös ok elv *nem érvényes* univerzálisan. Ezt az álláspontot olyan kvantumelméleti illetve klasszikus fizikai szituáció felmutatásával igyekeztek alátámasztani, amelyekben adva van egy korreláció, anélkül, hogy a korreláló események közvetlen kauzális kapcsolatban állnának, vagy közös okkal rendelkeznének. Mindezen cáfolat-

kísérleteknek közös problémája volt azonban, hogy a közös ok elv érvényességét fizikai szituációk egyfajta informális megközelítésén keresztül, intuitív érvelésre hagyatkozva próbálták eldönteni. Könnyű azonban belátni, hogy mind a fizikai szituációkat, mind a közös ok elvét sokféleképpen lehet rekonstruálni. Mit tekintünk egy adott fizikai szituációban eseményeknek? Mit tudunk ezen események közvetlen oksági viszonyairól? Mikor mondjuk, hogy két esemény korrelál egymással? Milyen feltételek mellett tekinthetünk egy harmadik eseményt két korreláló esemény közös okának? Nem meglepő módon különféle rekonstrukciók esetén különféle válaszokat kaphatunk arra a kérdésre, hogy két korreláló, egymással oksági viszonyban nem lévő eseménynek vajon van-e közös oka. Ezért a közös ok elvének érvényességét nem lehet azelőtt eldönteni, mielőtt a feladat által megkívánt módszerességgel rögzítettük, hogy mit is értünk az elvben szereplő fogalmak alatt. A cikkben röviden azt a kutatási programot mutattuk be, amely a reichenbachi közös ok elvében szereplő fogalmak pontos valószínűségelméleti megfogalmazására épül.

G. Hofer-Szabó, M. Rédei, L. E. Szabó *The Principle of the Common Cause* c. könyve ugyanezen kutatások monografikus összefoglalása. A közös ok elve azt állítja, hogy a világban felmutatható bármely korreláció vagy a korreláló események közötti közvetlen kauzális kapcsolatból eredeztethető, vagy egy harmadik eseményre, a korreláló események ún. közös okára vezethető vissza. A könyvben a szerzők arról a mintegy tizenöt évet átfogó munkáról adnak áttekintést, amelyet reichenbachi közös ok elv, vagyis korrelációk kauzális magyarázata tanulmányozása terén folytattak. A könyvben követett kifejtésmód matematikai szempontból sokkal explicitebb és szigorúbb mint ahogyan az akár a tudományfilozófiai akár fizika alapjaival foglalkozó irodalomban szokásos. Az intuitív filozófiai fogalmakat a valószínűségi terekben definiált precíz matematikai fogalmakra fordítottuk le. Ezzel lehetőséget kaptunk arra, hogy a problémákat precízen fogalmazhassuk meg és új a matematika szigorú eszközeivel új tételeket bizonyíthassunk, méghozzá olyan tételt, melyeknek közvetlen filozófiai relevanciája van. Számos új fogalmat vezetünk be – közös ok zártság, kauzális zártság egy kauzális függetlenségi relációra nézve, közös ok típusainak klasszifikációja, közös ok kiterjeszhetőség, a közös közös ok fogalma, közös ok rendszerek, stb. Ezek mind filozófiailag motivált fogalmak, ugyanakkor a szigorú analízishez megfelelő, precíz matematikai definíciókkal lettek értelmezve. A könyv kifejtett elemzésünk nem szorítkozik csupán a klasszikus Kolmogorov-féle valószínűségi terekre, noha kétségtelen, hogy a közös ok típusú kauzális magyarázattal foglalkozó irodalom tipikusan a klasszikus valószínűségelmélet keretein belül marad. A fentebb felsorolt fogalmakat értelmeztük egy általánosított valószínűségelmélet keretei között is, mindenekelőtt a nem-kommutatív Neumann-algebrák elméletének, azaz a kvantum-valószínűségelmélet keretei között is.

A relativitás elve, valamint az elv következményének gondolt követelmény, hogy a természet törvényeinek kovariánsnak kell lenniük, a huszadik századi fizika egyik legalapvetőbb és legmeghatározóbb gondolata. Ennek ellenére igen ritka, hogy akár csak kísérletet lássunk az irodalomban ezeknek az elveknek a precíz megfogalmazására. M. Gömöri és L.E. Szabó „On the formal statement of the special principle of relativity” c. cikke a relativitás elvének Szabó korábbi írásában kifejtett értelmezéséből indul ki. Célja, hogy kibontsa ezt az értelmezést, és a legáltalánosabb keretek között egy matematikailag precíz megfogalmazását adja meg a relativitás elvének. Mint kiderül, egy ilyen megfogalmazás során számos nem-triviális kérdés merül fel, továbbá arra is fény derül, hogy a természeti törvények kovarianciája és a relativitási elv közötti logikai kapcsolat sem olyan triviális, mint ahogyan ezt értelmezni szokás.

M. Gömöri és L.E. Szabó „Operational understanding of the covariance of classical electrodynamics” c. írása azt a relativitáselméleti és elektrodinamikai irodalomban általános szokást teszi vizsgálat tárgyává, hogy az elektrodinamikai mennyiségek transzformációs szabályait abból az előfeltevésekből vezetik le, hogy az elektrodinamika egyenletei kovariánsak – ezekkel az ismeretlen transzformációkkal szemben. Számos probléma vethető fel ezekkel a levezetésekkel kapcsolatban, e cikk témája azonban nem ez. Még ha el is fogadjuk ezeket a gondolatmeneteket mint matematikailag/logikailag korrekt levezetéseket, egy alapvető kérdés nyitva marad: Valóban

igazak azok a transzformációs szabályok, melyeket így levezetünk? Más szóval, valóban igaz, hogy azok a mennyiségek, melyeket ezekkel a transzformációs szabályokkal kiszámítunk megegyeznek egy mozgó megfigyelő mozgó mérőberendezései által mért értékekkel? Természetesen, ez egy empirikus kérdés. Ebben a cikkben a problémának egy teljes mértékben elméleti aspektusát vizsgáljuk meg, méghozzá azt a metodológiai elvet követve, melyet J. S. Bell „Lorentzian pedagogy”-nak nevez, nevezetesen, hogy a fizika egyetlen egy inerciarendszerben értelmezett törvényeinek számot kell adniuk az összes fizikai jelenségről, beleértve a mozgó objektumok viselkedését is és azt is, hogy a mozgó megfigyelő mozgó berendezései mit mérnek. Ennek a gondolatnak az alkalmazásával kiszámítjuk, hogy mik az igazi transzformációs szabályok, és megmutatjuk, hogy azok valóban azonosak azzal, amiket a kovariancia előzetes feltevéséből szoktunk levezetni. Ezzel természetesen azt is kimutatjuk, hogy az elektrodinamika egyenletei valóban kovariánsak, mint ahogyan ezt feltételezni szoktuk. Mindezeket megelőzően azonban szükségünk van az elektrodinamikai mennyiségek pontos operacionális értelmezésére. Mint kiderül ez a szemantikai kérdés távolról sem olyan triviális, mint hinnénk.

A relativisztikus elektrodinamika szokásos tárgyalásában, mint elsődleges elvet feltesszük, hogy az elektrodinamikai jelenségeket leíró természeti törvények eleget tesznek a relativitás elvének. Az általános felfogás szerint ez a föltevés teljesen problémamentes, és helyességét – hipotetikus-deduktív értelemben – tökéletesen igazolják a belőle levezetett és empirikusan tesztelt következmények. M. Gömöri és L.E. Szabó „How to move an electromagnetic field?” c. cikke ezt az széleskörűen elfogadott képet kérdőjelezi meg, megmutatva, hogy a valóságos helyzet ettől bonyolultabb. A relativitási elv valójában csak néhány kivételes esetben alkalmazható, melyben bizonyos extra feltételek teljesülnek. Mint kiderül, az azonban egyáltalán nem világos, egyáltalán hogyan kell érteni a relativitási elv állítását egy általános „elektromágneses mező + töltött részecskék” csatolt rendszer esetében.

2. A neo-fregeizmusnak, mint a formalizmus egyik aktuális alternatívájának lehetőségei.

Ezen a területen az eredetileg kitűzötnél tágabb spektrumban folytattunk kutatásokat, a formalizmus több, történeti és kortárs alternatíváját vizsgáltuk.

Máté András történeti elemzése: „A logika és a matematika filozófiája Russell és Frege után” azt mutatja meg, hogy a kortárs matematikafilozófia törekvései milyen viszonyban állnak, hogyan épülnek rá a matematika filozófiája klasszikus gondolataira.

A legjelentősebb elkészült publikáció Csaba Ferenc „Absztrakt nonszensz? Kategóriaelmélet – szemantikai alkalmazásokkal” c. könyve, mely a ma talán vezetőnek számító matematikafilozófiai irányzat, a strukturalizmus logikai alapjairól ad számot. Az immár több mint fél évszázados múltra visszatekintő kategóriaelmélet alkalmazásainak köre folyamatosan bővül. Az elméletet a legmilitánsabb propagátorok egyenesen mint a halmazelméletet felváltó új „megalapozást” emlegetik. A kategóriák bizonyos szempontból absztrakt halmaz-függvény univerzumoknak tekinthetők, amelyekben a hangsúly nem az objektumok speciális jellemzőin, hanem a közöttük fennálló kapcsolatokon van. Ez különösen kedvez a manapság igen divatos strukturalista felfogásoknak, a kategóriaelmélet ezekhez adekvát keretet biztosít. Az absztrakció magasabb szintje egyúttal rugalmasságot is biztosít, a formális objektumok „esetleges” jellemzői leggyakrabban ki sem fejezhetők a kategóriaelmélet nyelvén, ami a zavaró tényezők számát csökkenti. Az *Absztrakt nonszensz?* az első magyar nyelvű munka, amely a kategóriaelmélet alapjait tárgyalja. A könyvben ugyanakkor az elmélet számos, a matematika és a logika filozófiája szempontjából is releváns elemét is bemutatjuk, így – többek között – a logikai konstansok és a természetes számok strukturalista értelmezését. A tárgyalás a halmazok és függvények kategóriájának motiváló célzatú tárgyalásával indul. Itt a jellegzetesen kategóriaelméleti fogalomalkotások és gondolatmenetek még „konkrét”, halmazelméleti keretben jelennek meg, előkészítve a – második fejezetben kezdődő – absztrakt tárgyalást. A kategória-konstrukciókat és

a speciális nyilatkozat, illetve objektumokat bemutató fejezetek után funktor fogalmát mutatjuk be. Funktorokon alapul két alapvető fogalom, a természetes transzformációé és az adjungált szituációé. Az utóbbiak jelentőségét nehéz eltúlozni: a kvantorok értelmezésében éppúgy szerepet játszik, mint – például – az anyagnevek (egy) elméletében. Az adjungált funktorok elmélete a könyv elméleti csúcspontja – a legtöbb tárgyalt fogalom adjunkcióként is megjelenik, mi több: számos olyan van, amely csak ezen a szemüvegen keresztül látható. A toposzok speciális kategóriák, amelyekben – ez Fregének kifejezetten tetszene – az igazságértékek is megjelennek az objektumok között. A toposzokban természetes módon értelmezhető logika és szemantika. A toposz-szemantika – amellett, hogy a természetes nyelv „fajtainak” természetes modelljét adja –, a kétértékűséggel és az extenzionalitással kapcsolatban is mély belátásokat nyújt (hogy mást ne mondjunk, Diaconescu ebben a keretben bizonyította be, hogy a kiválasztási axióma maga után vonja a kizárt harmadik elvének érvényességét).

Simonyi András „Replies to Benacerraf’s Dilemma” címmel a Central European University-n tartott *Truth, Reference and Realism* című konferencia kötetéhez írt előszót. Az előadások a kortárs matematikafilozófia egyik legfontosabb problémáját, az ún. Benacerraf-dilemmát tárgyalják: Benacerraf *Mathematical Truth* (1973) c. klasszikus cikkében többek között amellett érvelt, hogy a Hilbert formalizmusához hasonló, episztemológiailag motivált álláspontok nem képesek a matematikai igazság fogalmának elfogadható analízését adni. A kötethez írt előszavunkban áttekintjük a Benacerraf által felvetett problémára adható válaszok legfontosabb típusait, és rámutatunk, hogy a referencializmus széles körben elfogadott tézisének elvetésével mód nyílhat egy, a formalizmus episztemológiai előnyeit megőrző, mindazonáltal realista igazságfogalommal rendelkező matematikafilozófiai álláspont kidolgozására.

3. történeti jellegű kutatások:

3.1. Hilbert formalista programjának pontosítása.

Ez lényegében az 1. pontban leírt kutatásokban történt meg, ahol E. Szabó László a fizikalizmust mint a formalizmus továbbfejlesztését értelmezte.

3.2. Annak tisztázása, hogy miért értelmezték a kortárs matematikusok – jelesül Neumann János – Gödel nem-teljességi tételét úgy, hogy az a Hilbert-féle formalista program végét jelenti.

Ebben a kérdésben Rédei Miklós és Csaba Ferenc folytatott kutatásokat, melyek azonban eddig a workshop-beszámoló szintjén maradtak.

3.3. Lakatos formalizmus-kritikájának elemzése, ezen belül

3.3.1. Lakatos főművének korabeli recepciója és Lakatos viszontválaszai,

3.3.2. Lakatos értékelése a matematika filozófiájának „fő vonaláról”, és ennek viszonya a matematika alapjainak kutatásához, összevetve Lakatos felfogásával a tudományos kutatási programokról,

3.3.3. mindezen filozófiai nézetek háttere magyar matematikusok és matematika-történészek munkáiban.

A 3.3.1 alponttal kapcsolatban Rédei Miklós, a 3.3.2-vel kapcsolatban Máté András tartott előadást a HOPOS 2010 júniusi konferenciáján (CEU, Budapest), de ezek a kutatások még nem jutottak el a publikáció szintjére. A kutatás 3. pontjában tervezett vizsgálatokat háttérbe szorította az, hogy a 3.3.3. alpont a magyar matematika, logika, matematikafilozófia történetére vonatkozó átfogóbb kutatássá szélesedett, részben külső okok közrejátszása folytán.

Máté András „Kalmár László és Péter Rózsa ...” című írása többek közt azt vizsgálja, hogy Lakatos matematikafilozófiájának milyen háttere, összefüggései vannak a magyar matematikai kultúrában. A matematikáról való gondolkodásnak voltak a magyar matematika nagyjai

között bizonyos lényeges közös momentumai, amelyekre Lakatos nagyban támaszkodott saját filozófiájának kialakításában. Az írás ezeknek a momentumoknak a feltérképezésére tesz kísérletet.

Máté András további két írása a modern logikának, és hozzá kapcsolódóan a matematika modern filozófiájának a huszadik századi magyar filozófiában való recepcióját állította középpontba. „Die Rezeption der neuen Logik in Ungarn” c. írása rámutat, hogy míg a matematikában a befogadásnak, sőt, a kutatás nemzetközi élvonalába való beapcsolódásnak igen kedvezőek voltak a feltételei, a filozófiában mind a harmincas, mind az ötvenes-hatvanas években meglehetősen kedvezőtlen volt a klíma egy sikeres recepcióhoz. A humán gondolkodás több, más-más korokban vezetőnek számító irányzata – a szellemtörténettől a neotomizmuson keresztül a marxizmus-leninizmusig – utasította el a *limine* a modern logika filozófiai alkalmazhatóságát, relevanciáját. A vizsgálódás folytatásaképpen „Az új logika a magyar filozófiában, avagy a Ruzsa-iskola története” azt vizsgálja, hogyan sikerült a kedvezőtlen előzményeken túljutva, a magyar matematikai logika sikereihez kapcsolódva a hetvenes-nyolcvanas években mégis a modern logika filozófiai és más humán alkalmazásainak világszínvonalú iskoláját létrehozni.

Máté András további történeti írásai közül a „The Development of Symbolic Logic in Hungary” c. – matematikus társszerzőkkel írott -- cikk a korábbiakhoz képest a filozófiai kontextust kevésbé vizsgálva, a modern logika és a matematika alapjaira vonatkozó kutatások történeti áttekintését nyújtja, ezúttal a matematikai és a filozófiai logikába sorolható kutatások összefüggését állítva középpontba. A munka mindenekelőtt Kőnig Gyula ide vonatkozó munkásságával kapcsolatban tárt fel a szakirodalomban ismeretlen tényeket, továbbá Lakatos Imre matematikafilozófusi munkásságát vizsgálta abban az összefüggésben, ahogy az Lakatos magyarországi tanulmányaihoz kapcsolódott. „Imre Ruzsa – A Man of consequence” c. írása a filozófiai logika és matematikafilozófia kiemelkedő hazai művelőjének életművét elemzi a történelmi körülmények kontextusában.