

# Zárójelentés

K61709

Forgalom modellezési módszerek fejlesztése  
(2006-2010)

Az informatikai hálózatok és az azokhoz kötődő alkalmazások növekvő társadalmi és gazdasági hatásainak következtében ez a szakterület folyamatosan érdekes és nagy fontosságú kutatási és fejlesztési feladatokat fogalmaz meg. Az egyik folyamatosan változó eleme az informatikai rendszerek világának a felhasználók viselkedése. A felhasználói szokások állandóan változnak többek között új szolgáltatások megjelenése, a költség modellek átalakulása következtében. A felhasználók tipikus viselkedésének matematikai leírására folyamatosan fejlődő modellezési eszközökre van szükség. A felhasználók viselkedésének jellemzése alapján tervezhetők és méretezhetők az egyes szolgáltatásokhoz szükséges erőforrások. Ez a feladat a sorbanálláselmélet eredményeinek felhasználásával végezhető el. Az új modellezési eszközökhöz azonban nem minden esetben kapcsolódóan sorbanállási eredmények, így a forgalmi modellek fejlesztésével párhuzamosan szükség van a kapcsolódó sorbanállási eredmények kidolgozására is.

A felsorolt szempontok alapján, a pályázat célkitűzéseinek megfelelően a következő célokat próbáltuk megvalósítani:

- Markovi modellekben alkalmazható eloszlás illesztési eljárások kutatása,
- Markovi modellekben alkalmazható sztochasztikus folyamat illesztési eljárások kutatása,
- sorbanállási rendszerek analízis módszereinek fejlesztése,
- informatikai rendszerek elemzése a kidolgozott eljárások alapján.

A továbbiakban összefoglaljuk az elért főbb eredményeket a kapcsolódó publikációk felsorolásával és rövid ismertetésével.

## **Markovi modellekben alkalmazható eloszlás illesztési eljárások**

A folytonos és diszkrét idejű diszkrét állapotú markovi modellekbe illeszthető eloszlásosztály a diszkrét és folytonos fázis típusú (phase type, PH) eloszlások osztálya. A témakör kutatásába jóval a kutatási program megkezdése előtt bekapcsolódtunk. Bizonyos korlátozott alosztályokra (nem ciklikus fázis típusú eloszlások) rendelkezésre álltak már hatékonyan működő illesztő eljárások, azonban az adott fokszerű teljes eloszlásosztály még feltérképezésre várt. Ezen a területen azzal a fő problémával kell megküzdeni, hogy az eloszlásosztály elemeinek van egyértelmű kompakt (minimális paramétert tartalmazó), pl. momentum alapú, és redundáns Markovi reprezentációja. A kompakt reprezentáció alapján az osztály határai nem határozhatók meg közvetlenül, míg

a redundáns Markovi reprezentáció alapján az osztály határai ugyan közvetlenül adottak, de a túl sok paraméter miatt nem lehet hatékonyan illeszteni.

Ennek a problémának egy régóta keresett megoldása a minimális paraméterű Markovi reprezentáció meghatározása, amit kanonikus reprezentációnak neveznek. A ciklikus fázis típusú eloszlásokra nem létezett kanonikus reprezentáció, ami feltehetően annak is köszönhető, hogy a témakör cikkében megfogalmaztak egy később hibásnak bizonyuló sejtést a kanonikus reprezentáció struktúrájáról. Ezen előzmények után először a legkisebb nem triviális osztályt a harmadfokú PH osztályt vizsgáltuk, és adtuk meg a kanonikus reprezentációját [12]. A kanonikus alak már ebben a legegyszerűbb nem triviális esetben is 3 aletre esett szét, viszont ennek a 3 aletnek a felhasználásával minimális paraméterű Markovi illesztési eljárás készíthető, aminek hatékonyságát mi is vizsgáltuk [27]. Később megvizsgáltuk annak lehetőségét is, hogy hogyan lehetne magasabb fokú PH osztályok kanonikus reprezentációját megtalálni. Megállapítottuk, hogy erre szimbolikus eljárással nincs mód, mivel az átalakítás legalább ötöd fokú polinom egyenlet megoldását igényli [27].

A nem teljes PH osztály feletti illesztő eljárások jellemzője, hogy minél kötöttebb a struktúra, annál kisebb az adott alosztállyal lefedhető eloszlások halmaza, de annál hatékonyabb illesztő eljárások alkalmazhatók. A hiper-exponenciális eloszlások egyszerű illeszthetőségét, és a nem ciklikus PH eloszlások flexibilitását ötvözve kidolgoztunk egy eljárást, amelyik hiper-erlang struktúrával illeszt [2]. Az implementált illesztő eljárás GFIT néven, szabadon hozzáférhető az interneten és több független cikkben is említik a felhasználását.

Hatékony, teljes PH osztállyal dolgozó illesztő eljárások hiányában, gyakorlati alkalmazásokban sokszor elegendő egy adott momentum halmazt illesztő közelítés is. Ezért kidolgoztunk egy illesztő eljárást  $n$ -ed fokú PH eloszlás illesztésére  $2n-1$  momentum alapján [8].

A PH illesztés témakörében foglalkoztunk még a PH eloszlást negatív irányba is kiterjesztő bilaterális PH eloszlások osztályával és javasoltunk egy momentum alapú illesztési eljárást [9].

A PH eloszlások Markovi reprezentációval rendelkező mátrixexponenciális eloszlások. A Markovi reprezentációval nem rendelkező eloszlások osztályt mátrixexponenciális (ME) eloszlásnak nevezik. Ezek felhasználhatóságával több szerző is foglalkozik mostanában. Legismertebb előnyük a PH eloszlásokhoz képest, hogy adott fokszám mellett jobban közelítik az alacsony relatív szórású eloszlásokat. Ezzel kapcsolatban vizsgáltuk az adott fokszámú ME eloszlások minimális relatív szórását [7] és feltérképeztük a harmadfokú PH és ME eloszlások osztályok kapcsolatát [25].

## Markovi modellekben alkalmazható sztochasztikus folyamat illesztés

Annak érdekében, hogy diszkrét állapotú Markov folyamattal leírható legyen egy sorbanállási modell viselkedése az érkezési és a kiszolgálási folyamatoknak is kell legyen diszkrét állapotú Markovi reprezentációja. Az ilyen pont folyamatokat Markov érkezési folyamatnak (MAP) nevezik. Alkalmazásuk nagy előnye, hogy hatékony numerikus számítási módszerek (mátrix geometikus módszerek) állnak rendelkezésre az ilyen Markovi rendszerek numerikus analizésére. A MAP osztály elége flexibilis. Aránylag bonyolult összefüggőségi struktúrával rendelkező pontfolyamatok is beletartoznak.

A megfigyelt érkezési és kiszolgálási folyamatok közelítése ilyen MAP folyamatokkal egy PH illesztéshez hasonló, de annál több szinttel összetettebb feladat. A program kezdetén a MAP osztály struktúrájáról is sokkal kevesebb ismeret állt rendelkezésre, mint a PH eloszlásokról. Olyan alapvető kérdések voltak ismeretlenek, hogy egy adott fokszámú MAP folyamat kompakt reprezentációjához hány paraméter szükséges és melyek lehetnek ezek a paraméterek. A kutatási program talán legérdekesebb eredményeit tartalmazó cikkek [15, 20] ezekre a kérdésekre adnak választ. Megmutattuk, hogy az  $n$ -ed fokú MAP osztály Markovi reprezentációjában szereplő  $2n^2-n$  paraméterrel szemben  $n^2$  paraméter jellemez egy folyamatot. Megadtuk azon momentumok és együttes momentumok  $n^2$  elemű halmazát, amely egyértelműen definiálja a folyamatot és transzformációs eljárást javasoltunk e momentum halmazból egy Markovi reprezentáció meghatározására [15]. Feltérképeztük a momentumok és együttes momentumok közötti kapcsolatrendszeret. Megmutattuk, hogy mely momentumok tekinthetők függetleneknek, és hogy egy független  $n^2$  elemű momentum halmaz alapján hogyan lehet az összes többi momentumot meghatározni e Markovi reprezentáció kiszámolása nélkül [20]. Egy érdekes mellékterméke a cikkeknek, hogy a momentumok és együttes momentumok sorozata kiterjeszthető a negatív irányba is, és ezek a negatív momentumok (amelyek az eloszlás függvény deriváltjainak 0 helyen felvett értékével vannak kapcsolatban) ugyan úgy alkalmazhatók a folyamat jellemzésére.

Következésképpen a MAP folyamatok illesztésénél is fennáll a PH eloszlásoknál említett probléma, a túl sok paramétert tartalmazó Markovi reprezentáció és a határokat nem jellemző kompakt reprezentáció ellentmondása, aminek feloldását a kanonikus reprezentáció jelenti. A MAP folyamatok esetén a legegyszerűbb nem triviális eset a másod fokú MAP osztály jellemzése. Kidolgoztuk a másod fokú MAP osztály kanonikus reprezentációját [20], ami alapját képezi másod fokú MAP osztály feletti illesztési eljárásoknak [32], és a numerikus eljárások mellett a kapott kanonikus reprezentáció lehetőséget nyújt bizonyos paraméterek szimbolikus vizsgálatára is, mint például az érkezések közti korreláció hatása a sorok teljesítményjellemzőire.

## Sorbanállási rendszerek analízis módszerei

A diszkrét állapotú Markovi láncsal modellezhető sorbanállási rendszerek egyszerű eseteinek elemzésére rendelkezésre állnak a fent említett mátrix geometrikus eljárások. Azonban a mind összetettebb alkalmazásokban egyre bonyolultabb működés modelljeinek számítására ezek az eljárások már nem alkalmazhatóak. A kutatási program során több irányba is kiterjesztettük a rendelkezésre álló analízis eszközök halmazát. Egy

érdekes Markovi struktúrába ágyazott Markovi struktúra (PH eloszlású előre lépési mátrix struktúrával rendelkező M/G/1 típusú folyamat) hatékony elemzése ismerteti [23]. A MAP folyamatok újabban megismert tulajdonságai alapján megnyílt a lehetősége a sorbanállási hálózatok olyan közelítő analízisének, amelyben a csomópontok közti forgalmat MAP jellemzi. Továbbá a MAP folyamatok momentum alapú jellemzése segítségével a csomópontok közti forgalom kompakt módon jellemezhető. Ezeknek az elemeknek a felhasználásával számítási módszert javasoltunk sorbanállási hálózatok jellemzésére [18], amelyik lényegesen kisebb foksámú modellekkel lényegesen pontosabb eredményeket produkált, mint az addig ismert eljárások [31].

A több felhasználói osztállyal rendelkező rendszerek elemzésére kidolgozták a MAP folyamat több osztályos megfelelőjét (MMAP). Ennek az eszköznek a felhasználásával olyan bonyolult sorbanállási rendszerek is elemezhetők, mint pl. a prioritásos sorbanállási rendszer, és az azokból képzett sorbanállási hálózat. Ismét csak a momentum halmaz alapú kompakt reprezentáció segítségével analízis módszert javasoltunk a két osztályos prioritásos sorokból álló hálózat elemzésére [26].

A kiszolgálórendszerek működése abban az értelemben is bonyolultabbá vált, hogy a kiszolgálók gyakran a kiszolgálás mellett további pl. karbantartási feladatokat is el kell lássanak, vagy a felhasználó/feladatok különböző csoportjai között ugrálva végeznek kiszolgálást. Az előbbi esetet vakációs modellekkel, az utóbbit körbejáró kiszolgálós (polling) modellekkel vizsgálják. A vakációs és körbejáró kiszolgálós modellek és MAP igényérkezési folyamatok esetére nem álltak rendelkezésre analízis módszerek. Ezeknek a bonyolultabb kiszolgálórendszereknek különböző változataira adtunk analitikus (generátor függvény) és numerikus eljárásokat a következő cikkekben [24, 29, 30, 35, 36]. Ezeknek a cikkeknek közös jellemzője, hogy egy általános metodológiát követve a problémák felbonthatók egy konkrét működési elvektől (pl. mikor kezdődik és mikor fejeződik be a vakáció) függő, és egy azoktól független részre. Értelemszerűen a működési elvektől független rész megegyezik a vizsgált esetekben.

## **Informatikai rendszerek elemzése**

A felsorolt modellezési, analízis és illesztési módszerek kidolgozásának célja végső soron az, hogy informatikai rendszerek elemzésére tudjuk használni őket. A kutatási program keretében több gyakorlati rendszer elemzésére is kísérletet tettünk. A kutatási periódus elején a mobil távközlő megoldások vizsgálata játszott a fő szerepet. A CDMA közeghozzáférés és az erre épülő szolgáltatás típusok (elasztikus) felvetették annak a kérdését, hogy milyen erőforrás megosztási módszereket érdemes alkalmazni ezekben a hálózatokban [3, 10], illetve, hogy hogyan biztosítható egy előírt blokkolási valószínűség szint [11]. Az újabb közeghozzáférési módszerek (OFDMA) elterjedése újabb modellek kidolgozását és elemzését igényelte ugyan azoknak a tervezési kérdéseknek a megválaszolására [17].

A kutatási program második felében kapcsolatba kerültünk egy a Trentoi Egyetemen optikai kapcsolók tervezésével és építésével foglalkozó kutatócsoporttal. A rendelkezésünkre álló analízis módszerek felhasználásával elvégeztük a csoport által kifejlesztett kapcsoló struktúrák (terhelés elosztó kapcsoló) teljesítmény analízisét [34], ami lehetővé tette a kapcsoló tároló kapacitásának méretezését.

Az utóbbi időszak távközlési fejlesztéseinek egyik fő célja az energia hatékonyság növelése. Olyan távközlési megoldások kidolgozására törekszenek, amelyek adott kapacitású energiaforrás felhasználása mellett minél tovább működik emberi beavatkozás nélkül. Új közeghozzáférési protokollokat is (pl. IEEE 802.16 sleep mode) dolgoztak ki ennek a célnak az elérésére. A vakációs modellekre kifejlesztett analitikus eljárásunk segítségével elvégeztük ennek a protokollváltozatnak a teljesítmény elemzését [37].

## **További modellezési módszerek**

A fenti csoportokba közvetlenül nem illeszkedő eredményeket ismertetjük ebben a részben. Ezek két fő csoportra oszthatóak: folyadék modellek és szimulációs módszerek. Az informatikai rendszerek elemzésére két fő modellezési módszert alkalmaznak. Ezek abban különböznek, hogy az egyikben a vizsgált mennyiség (felhasználók száma, tárolt adatmennyiség, stb.) diszkrét értékeket vehet fel, míg a másik modellezési módszernél ez egy folytonos értékkel jellemzett változó. Az eddig felsorolt modellezési eredmények az első csoportba tartoznak, azonban foglalkoztunk a második csoportba tartozó modellek, úgy nevezett folyadék modellek, elemzésével is. Addig amíg a diszkrét állapotú modellek leírására és analízisére több általános célú szoftver eszköz áll rendelkezésre, a folyadék modellek esetén ilyen modell leíró eszközök még nem általánosan elterjedtek. A diszkrét sztohasztikus Petri hálók megfelelő kiterjesztésével és a keletkezett modell analitikus leírásával javaslatot tettünk egy potenciális folyadék modell leíró modellezési eszközre [14]. A Markov folyadék modellek alap változatának (homogén, elsőfokú viselkedés) elemzésére ismertek numerikus eljárások, azonban az ettől eltérő modellek viselkedése még több ponton nyitott. Ilyen modellek analízisét ismerteti [21] és [22]. Az első esetben olyan nem homogén viselkedés is megengedett, hogy egy rendszer állapotban egy adott folyadékszint korlát alatt növekszik a folyadék szint, míg az adott korlát felett csökken, és így pozitív valószínűséggel megragad a folyadékszint az adott korlátnál. A második esetben másodfokú (Braun mozgás) a folyadékszint viselkedése amíg a határok között van a folyadékszint, és a határoknál kétféle viselkedés lehetséges (minden állapotban) vagy visszaverő vagy elnyelő. A másodfokú folyadékmodell analízisét az összes lehetséges határviselkedés mellett ismerteti [22].

A PH eloszlás és a MAP nem csak analitikus modellekben hasznos modellezési eszköz. A tapasztalati minták alapján történő rendszer szimulációban is hasznos lehet, ugyanis a hosszú idejű szimulációhoz szükséges valós mérési eredmények nagy mennyisége körülményessé teszi minták alapján történő szimulációs futtatást. Ha a minta halom alapján PH illesztéssel közelítő kisméretű PH eloszlást találunk, akkor a nagy adat halom kezelése nélkül olcsón generálható adatsor. A mind nagyobb modellek szimulációja azonban mind hatékonyabb szimulációs módszereket igényel. Hatékony szimulációs módszerek mellett a PH eloszlású véletlen szám generálása is jelentős részét képezi a futási időnek. Ennek az időnek a csökkentésére dolgoztunk ki hatékony módszereket általános [28] és nem ciklikus PH eloszlások esetére [33], amelyekkel a konkrét modell tulajdonságaitól függően akár több nagyságrenddel is gyorsítható a véletlen számok generálása.

## **Összefoglaló értékelés**

A projekt munkaterve komoly szakmai célokat fogalmazott meg és ezeket program során érdemben sikerült elérnünk, esetenként meghaladunk. Sikeresnek tartjuk a program keretében készült publikációk mennyiségét és minőségét. Az első publikációkra már független hivatkozások is kezdenek megjelenni, amelyek a BME publikációs adatbázisában nyilvánosan elérhetők a (<http://mycite.omikk.bme.hu/search/slist.php?lang=1&AuthorID=10001339#>) címen.

A kutatás eredményesen támogatta a kutatócsoport PhD képzési tevékenységét is. Két projekthez kapcsolódó PhD értekezés készült, amelyek alapján 2010-ben PhD fokozatot szerzett Bodrog Levente és Saffer Zsolt.

## **Hivatkozások**

A jelentésben szereplő hivatkozások és azonosító számok megegyeznek a program OTKA weboldalára felvitt publikációs listával.

<b>PROJEKT ZÁRÓ BESZÁMOLÓ (ZÁRÓJELENTÉS)</b> <b>közlemények</b>		OTKA-azonosító: 61709	Típus: K
		Szakmai jelentés:	
Vezető kutató: Telek Miklós		Kutatóhely: Híradástechnikai Tanszék (Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem)	
Zsúri: ELE	Kezdet: 2006. 02. 01	Teljes kutatási időszak: 2006-02-01 - 2010-07-31	Főkönyviszám: 71203 Nyomtatás: 2011. 02. 22.

**NEM VÉGLEGESÍTETT VÁLTOZAT!!!**

Sorszám	Közleményjegyzék	Dokumentum típusa	Impakt faktor	OTKA támogatás feltüntetve?
1.	A. Tari, M. Telek, and P. Buchholz: <b>A simplified moment-based estimation method for extreme probabilities, infinite and positive cases</b> , International Journal of Simulation: Systems, Science Technology, vol. 7, pp. 15-28,, 2006	folyóiratcikk	-	nem
2.	A. Thümmler, P. Buchholz, and M. Telek: <b>A novel approach for fitting probability distributions to trace data with the em algorithm</b> , IEEE Trans. on Dependable and Secure Computing, vol. 3:3, pp. 245-258, 2006	folyóiratcikk	1.762	nem
3.	G. Fodor, M. Telek, and L. Badia: <b>On the tradeoff between blocking and dropping probabilities in cdma networks supporting elastic services</b> , NETWORKING 2006, (Coimbra, Portugal), pp. 954-965, Springer, LNCS 3976, 2006	konferenciakiadvány	-	nem
4.	G. Horváth and M. Telek: <b>Analysis of markov reward models with partial reward loss based on a time reverse approach</b> , Markov Anniversary Meeting, (Charleston, SC, USA), pp. 137-154, Boston Books, 2006	konferenciakiadvány	-	nem
5.	L. Bodrog, G. Horváth, S. Rácz, and M. Telek: <b>A tool support for automatic analysis based on the tagged customer approach</b> , QEST'06, (Riverside, CA, USA), pp. 323-332, IEEE Computer Society, 2006	konferenciakiadvány	-	nem
6.	S. Rácz, A. Tari, and M. Telek: <b>A moments based distribution bounding method</b> , Mathematical and computer modelling, pp. 1367-1382, 2006	folyóiratcikk	0.432	igen
7.	T. Élteső, S. Rácz, and M. Telek: <b>Minimal coefficient of variation of matrix exponential distributions</b> , 2nd Madrid Conference on Queueing Theory, (Madrid, Spain) pp. 137-154, Boston Books, 2006	absztrakt	-	nem
8.	A. Horváth and M. Telek: <b>Matching more than three moments with acyclic phase type distributions</b> , Stochastic Models, vol. 23, no. 2, pp. 167-194, 2007	folyóiratcikk	0.603	nem
9.	A. Horváth and M. Telek: <b>On the properties of acyclic bilateral phase type distributions</b> , nternational Workshop on Tools for solving Structured Markov Chains, SMCtools, (Nantes, France), Oct. 2007, 2007	konferenciakiadvány	-	igen
10.	G. Fodor and M. Telek: <b>On the tradeoff between blocking and dropping probabilities in multi-cell CDMA networks</b> , Journal of Communications, 1:8, pp 22-33, 2007	folyóiratcikk	1.156	nem
11.	G. Fodor and M. Telek: <b>Bounding the blocking probabilities in multi-rate cdma networks supporting elastic services</b> , Transactions on Networking, vol. 15, pp. 944-956, Aug. 2007, 2007	folyóiratcikk	1.831	nem
12.	G. Horváth and M. Telek: <b>A canonical representation of order 3 phase type distributions</b> , LNCS 4748, pp. 48-62, Springer, 2007. EPEW, 2007	konferenciakiadvány	-	igen
13.	L. Bodrog: <b>duplikált publikáció</b> , meghagyva a sorszámozás miatt, 2007	egyéb	-	nem
14.	M. Gribaudo and M. Telek: <b>Fluid models in performance analysis</b> , Formal methods for Performance Evaluation (J. Hillston, M. Bernardo, ed.), LNCS 4486, pp. 271-317, Springer, 2007	könyvfejezet	-	igen
15.	M. Telek and G. Horváth: <b>A minimal representation of markov arrival processes and a moments matching method</b> , Performance Evaluation, vol. 64, pp. 1153-1168, Aug. 2007., 2007	folyóiratcikk	0.616	igen
16.	A. Bobbio, M. Gribaudo, and M. Telek: <b>Analysis of large scale interacting systems by mean field method</b> , QEST, (St Malo, France), pp. 215-224, IEEE CS, Sept. 2008., 2008	konferenciakiadvány	-	igen
17.	Fodor G, Telek M, Koutsimanis C: <b>Performance analysis of scheduling and interference coordination policies for OFDMA networks</b> , COMPUTER NETWORKS-THE INTERNATIONAL JOURNAL OF COMPUTER AND TELECOMMUNICATIONS NETWORKING 52:(6) pp. 1252-1271, 2008	folyóiratcikk	1.304	igen
18.	Horvath A, Horvath G, Telek M: <b>A Joint Moments Based Analysis of Networks of MAP/MAP/1 Queues</b> , QEST, (St Malo, France), pp. 125-134, IEEE CS, Sept. 2008, 2008	konferenciakiadvány	-	igen

19.	L. Bodrog, A. Heindl, G. Horváth, and M. Telek: <b>A markovian canonical form of second-order matrix-exponential processes</b> , European Journal of Operation Research, vol. 190, pp. 459-477, 2008	folyóiratcikk	1.627	igen
20.	L. Bodrog, A. Horváth, and M. Telek: <b>Moment characterization of matrix exponential and Markovian arrival processes</b> , Annals of Operations Research, vol. 160, pp. 51-68, 2008	folyóiratcikk	0.580	igen
21.	M. Gribaudo and M. Telek: <b>Stationary analysis of fluid level dependent bounded fluid models</b> , PERFORMANCE EVALUATION 65:(3-4) pp. 241-261., 2008	folyóiratcikk	1.524	igen
22.	M. Gribaudo, D. Manini, B. Sericola, and M. Telek: <b>Second order fluid models with general boundary behaviour</b> , Annals of Operations Research, vol. 160, pp. 69-82, 2008	folyóiratcikk	0.580	igen
23.	T. Élteső and M. Telek: <b>Numerical analysis of M/G/1 type queueing systems with phase type transition structure</b> , Journal of Computational and Applied Mathematics, 212:(2) pp. 331-340., 2008	folyóiratcikk	1.048	nem
24.	Z. Saffer and M. Telek,: <b>Analysis of BMAP/G/1 vacation model of non-M/G/1-typ</b> , EPEW, vol. 5261 of LNCS, (Mallorca, Spain), pp. 212-226, Springer,, 2008	konferenciakiadvány	-	igen
25.	A. Horváth, S. Rácz, and M. Telek,: <b>Moments characterization of the class of order 3 matrix exponential distributions</b> , 16th Int. Conf. on Analytical and Stochastic Modeling Techniques and Applications (ASMTA), vol. 5513 of LNCS, (Madrid, Spain), pp. 174 - 188, Springer, 2009	konferenciakiadvány	-	igen
26.	András Horváth, Gábor Horváth, Miklós Telek: <b>A traffic based decomposition of two-class queueing networks with priority service.</b> , COMPUTER NETWORKS-THE INTERNATIONAL JOURNAL OF COMPUTER AND TELECOMMUNICATIONS NETWORKING 53:(8) pp. 1235-1248., 2009	folyóiratcikk	1.304	igen
27.	Gabor Horvath, Miklos Telek: <b>On the canonical representation of phase type distributions.</b> , PERFORMANCE EVALUATION 66:(8) pp. 396-409., 2009	folyóiratcikk	1.524	igen
28.	P. Reinecke, K. Wolter, L. Bodrog, and M. Telek: <b>On the cost of generating PH-distributed random numbers</b> , Int. Workshop on Performability Modeling of Computer and Communication Systems (PMCCS), (Eger, Hungary), 2009	konferenciakiadvány	-	igen
29.	Z. Saffer and M. Telek: <b>Stability of periodic polling system with BMAP arrivals</b> , European Journal of Operational Research, 197: pp. 188-195., 2009	folyóiratcikk	1.627	igen
30.	Z. Saffer and M. Telek: <b>Waiting time analysis of bmap vacation queue and its application to ieee 802.16e sleep mode</b> , 4th Int. Conf. on Queueing Theory and Network Applications (QTNA), (Singapore), pp. 1-8, July 2009, 2009	konferenciakiadvány	-	igen
31.	A. Horváth, G. Horváth, and M. Telek: <b>A joint moments based analysis of networks of MAP/MAP/1 queues</b> , Performance Evaluation, vol. 67, pp. 759-778,, 2010	folyóiratcikk	1.560	igen
32.	L. Bodrog, P. Buchholz, J. Krieger, and M. Telek: <b>Canonical form based MAP(2) fitting</b> , QEST, (Williamsburg, VI, USA), pp. 107-116, IEEE CPS, 2010	konferenciakiadvány	-	nem
33.	P. Reinecke, M. Telek, and K. Wolter: <b>Reducing the cost of generating APH-distributed random numbers</b> , 15th Int. Conf. on Measurement, Modelling and Evaluation of Computing Systems (MMB), LNCS, (Essen, Germany), Springer,, 2010	konferenciakiadvány	-	igen
34.	Y. Audzevich, L. Bodrog, M. Telek, and Y. Ofek: <b>Packet loss minimization in load-balancing switch</b> , ASMTA, vol. 6148 of LNCS, (Cardiff, UK), pp. 44-58, Springer, 2010	konferenciakiadvány	-	nem
35.	Z. Saffer and M. Telek: <b>Unified analysis of BMAP/G/1 cyclic polling models</b> , Queueing systems, vol. 64, no. 1, pp. 69 - 102,, 2010	folyóiratcikk	0.660	igen
36.	Z. Saffer and M. Telek: <b>Closed form results for BMAP/G/1 vacation model with binomial type disciplines</b> , Publicationes mathematicae Debrecen, 76/3, pp. 359-378,, 2010	folyóiratcikk	0.646	igen
37.	Z. Saffer and M. Telek: <b>Analysis of BMAP vacation queue and its application to IEEE 802.16e sleep mode</b> , Journal of Industrial and Management Optimization, vol. 6, no. 3, pp. 661-690, 2010	folyóiratcikk	1.120	igen