

## BESZÁMOLÓ

**T 48753 projekt:** "Körszerű banach-sokaságok holomorf geometriája"

A projekt eredményei a publikációimban és konferencia-előadásaimban mutatkoznak meg.

### Bibliográfiai ill. tartalmi ismertetés

#### Publikációk:

- [1] J.-M. ISIDRO - L.L. Stachó, On the manifold of tripotents in  $JB^*$ -triples, *J. Math. Anal. Appl.*, 304/1 (2005) 147-157.  
**Absztrakt:** Egy  $Z$   $JB^*$ -triple tripotens elemeinek sokaságán a Peirce projekciók segítségével bevezetünk egy természetes affin konnexiót, amelynek pontosan leírjuk a geodetikusait. E sokaságot a Neher-féle ekvivalencia-relációval fibrálva, az alaptér szimmetrikus Kähler-sokaságnak bizonyul, ha  $Z$  klasszikus Cartan-faktor. Szükséges és elegendő feltételeket adunk arra vonatkozóan, hogy a természetes konnexiót Riemann-struktúra származtassa.
- [2] L.L. Stachó, On reaction paths in quantum chemistry, *Proc. Applimat*, 5/1 (2006) 211-220.  
**Absztrakt:** Megmutatjuk, hogy egy molekula-rendszer  $U$  Born–Oppenheimer-féle energiafüggvényére nem túl erős feltevésekkel, a  $-\nabla U$  negatív gradiens vektormező exponenciális folyama az  $U$  függvény szintfelületeit Fukui-féle reakcióutakba viszi. Megadunk egy olyan stabil numerikus algoritmust, amely egy az energiafüggvény két lokális minimumhelyét összekötő poligont egy közelítő reakcióutat reprezentáló pontsorozatba visz át.
- [3] J.-M. ISIDRO - L.L. Stachó, On the manifold of complemented principal inner ideals in  $JB^*$ -triples, *Quart. J. Math. (Oxford)*, 57 (2006) 505-525.  
**Absztrakt:** Egy komplex  $Z$  Jordan\*-triplet tripotensei Neher-féle ekvivalencia-osztályainak  $\mathbf{M}$  családján természetes komplex-analitikus sokaság-struktúrát vezetünk be. Részletesen tanulmányozzuk a kapott komplex sokaság kapcsolatát a  $Z$  komplementálható főideáljaiból álló Grassman-sokasággal azon észrevételén keresztül, hogy  $\mathbf{M}$  teljes sima vektormezői  $Z$  tripotensein ekvivariáns teljes sima vektormezőkből származtathatók.
- [4] L.L. Stachó, Affine recursions in linear spaces with an application in combinatorial chemistry, *Proc. Applimat*, 6/2 (2007) 131-138.  
**Absztrakt:** Hipermátrixok hatványaival zárt explicit formulákat adunk a  $v_n = \sum_{p=1}^K v_{n-p} A_p + b$ ,  $n > K$  alakú rekurziót teljesítő  $v_1, v_2, \dots \in \mathbf{C}^N \equiv \text{Mat}(1, N, \mathbf{C})$  vektorsorozatokra, ahol  $A_1, \dots, A_K \in \mathbf{C}^{N \times N} \equiv \text{Mat}(N, N, \mathbf{C})$  és  $b \in \mathbf{C}^N$ . A kapott eredményt alkalmazzuk egy kombinatorikai kémikusok által felvetett problémára az  $n$ -alkáli konformerek eloszlásával kapcsolatban. Nem-kommutatív mátrix-algebrai racionális függvények Taylor sorának algebrai leírására is alkalmazzuk a zárt formulánkat.

- [5] L.L. Stachó, Banach–Stone type theorem for lattice norms in  $C_0$ -spaces, *Acta Sci. Math. (Szeged)*, 73 (2007) 193-208.  
**Absztrakt:** A  $C_0(\Omega)$  kommutatív  $C^*$ -algebrát egy olyan  $\|\cdot\|$  normával ellátva tekintjük, amely rendelkezik a  $\|f\| \geq \|g\|$  ha  $|f| \geq |g|$  monotonitási tulajdonsággal. Megmutatjuk, hogy ekkor létezik egy olyan legfinomabb  $\Pi$  particiója az  $\Omega$  alaptérnek, továbbá van olyan  $m : \Omega \rightarrow \mathbf{R}_+$  függvény, amelyre  $\sup_{S \in \Pi} \#S < \infty$ ,  $0 < \inf m \leq \sup m < \infty$  és az  $E = (C_0(\Omega), \|\cdot\|)$  Banach-tér minden hermitikus  $A$  operátora az  $Af(\omega) = \sum_{\eta \in S} a_{\omega\eta}^{(S)} f(\eta)$ ,  $\omega \in S \in \Pi_E$  mátrix-formába írható, alkalmas  $a^{(S)} = [a_{\omega\eta}^{(S)}]_{\omega, \eta \in S}$  ( $S \in \Pi$ )  $\Omega$  elemeivel indexelt mátrixokkal, amelyekre  $\{f|S : \|f\| \leq 1\} = \{\varphi \in \mathcal{C}(S) : \sum_{\omega \in S} |\varphi(\omega)|^2 \leq 1\}$  teljesül. Ennek alapján a klasszikus Banach–Stone-tétel általánosításaként pontos mátrix-leírását adjuk az  $E \rightarrow E$  szürjektív izometriáknak. Az eredmény egyik érdekes következménye, hogy a klasszikus spektrál-norma esetével ellentétben, a  $(C_0(\Omega), \|\cdot\|)$  ill.  $(C_0(\tilde{\Omega}), \|\cdot\| \sim)$  terek izometrikus izomorfiája nem vonja maga után általában pozitív szürjektív izometriák létezését. Ez utóbbi tény megcáfol egy az általános Reinhardt-tartományok Sunada-féle tételével kapcsolatos sejtést.
- [6] L.L. Stachó, On the manifold of tripotents in  $JB^*$ -triples, in: D. Andrica - S. Morianu (Editors), *Contemporary Geometry and Topology and Related Topics*, Cluj University Press, 2008, pp. 351-364.  
**Absztrakt:** Az ún. tripotensek a  $C^*$ -algebrai parciális izometriák természetes általánosítottjai a  $JB^*$ -tripleekben, amelyek pedig azonosíthatóak a szimmetrikus egység-gömbű komplex Banach-terekkel. Áttekintést adunk C.-H. Chu-nak, J.-M. Isidro-nak és magamnak a tripotenseken definiálható analitikus struktúrákkal kapcsolatos dolgozataiól, és megtárgylunk néhány újabb eredményt is.
- [7] L.L. Stachó - L.I. SZABÓ, A note on invariant sets of iterated function systems, *Acta Math. Hungarica*, 119 (2008) 159-164.  
**Absztrakt:** Bebizonyítjuk, hogy az  $\mathbf{R}^N \rightarrow \mathbf{R}^N$  kontrakciókból alkotott iteratív rendszerek invariáns halmazai sehol sem sűrűn helyezkednek el  $\mathbf{R}^N$  a Hausdorff-metrika szerint kompakt részhalmazai között.
- [8] L.L. Stachó - L.I. SZABÓ, Lipschitzian retracts and curves as invariant sets of iterated function systems, *Periodica Math. Hungarica*, 57/1 (2008) 23-30.  
**Absztrakt:** Megmutatjuk, hogy nem túl erős megszorítások esetén véges sok erős fraktál (azaz véges kontrakció-család invariáns halmaza a [7]-beli értelemben) uniója erős fraktál. Ennek alapján Lipschitz-retraktumok terminusaival nem-affin erős fraktálok kapcsolatos kollázs-tételeket adunk. Belátjuk, hogy bármely rektifikálható görbe erős fraktál, jöllehet van olyan egyszerű ív, amelyik nem erős fraktál.
- [9] L.L. Stachó, Continuous Reinhardt-domains from a Jordan view point, *Studia Math.*, 185/2 (2008) 177-199.  
**Absztrakt:** A  $C^N$ -beli Reinhardt-tartományok természetes általánosításaként a folytonos Reinhardt-tartományok (CRD) kommutatív  $C^*$ -algebrák nyitott összefüggő rendezés-szolid alakzatai. Megadjuk a CRD-k közötti lineáris izomorfizmusok egy teljes paraméteres leírását, és jelelmezzük azokat a parciális Jordan-triplet struktúrákat,

amelyek egy CRD-ből származtathatók. Az eredmények segítségével CRD-ken teszteljük a korlátos körszerű tartományokkal kapcsolatos fontosabb sejtéseket. Kiderül, hogy mind a belső derivációk egyértelmű kiterjeszhetősége, mind a bidualizálhatóság teljesül CRD-kre.

- [10] G. GOSZTOLYA - L.L. Stachó, On best fit T-norms in speech recognition, in: Proceedings CD of 6th SISY 2008, Subotica, 2008.  
**Absztrakt:** Szigorú t-normák alkalmazásával általánosítjuk a szorzat-maximum-likelihood automatikus beszédfelismerési módszert. Egy, az algoritmusban paraméterként vett általános szigorú t-norma logaritmikus generátora alapján optimalizálunk. Kiderül, hogy a standard próba adatbázison az általunk talált legjobb t-norma lényegesen jobb felismerési eredményeket ad, mint a klasszikus normák a régebbi cikkekben.
- [11] L.L. Stachó, On strongly continuous one-parameter groups of automorphisms of multilinear functionals, J. of Math. Anal. and Appl., 363/2 (2010) 419-431.  
**Absztrakt:** Struktúra-tételt adunk, amely leírja a komplex Hilbert-terek korlátos N-lineáris funkcionáljai terének lineáris izometrikus automorfizmusából alkotott erős egy-paraméteres csoportokat. Következésként megkapjuk az I. típusú Cartan-faktorok erős egy-paraméteres automorfizmus-csoportjainak pontos leírását.
- [12] L.L. Stachó, Weighted grids in complex Jordan\*-triples, Asian-European J. Math., elfogadva 2009.09.15.  
**Absztrakt:** Az ún. súlyozott gridek  $\{g_w : w \in W\}$  alakú indexelt csaadok, ahol  $W$  egy alakzat egy valós vektortérben, a  $g_w$  elemek pedig lineárisan független előjelezett tripotensek egy Jordan\*-tripletben azzal a tulajdonsággal, hogy  $g_u g_v g_w \in \mathbf{C} g_{u-v+w}$  ( $= 0$  ha  $u-v+w \notin W$ ). Ilyen rendszerek természetes módon adódnak a Jordan\*-triplet derivációinak egyes maximális kommutatív részalalmazainak súlyvektor-rendszereként. Neher klasszikus grid-elméletére alapozva megadjuk az asszociáció-mentes nem-nil súlyozott gridek pontos leírását. A klasszikus gridelmélet keretein túl első lépésként megadjuk a  $\mathbf{Z}^2$ -n indexelt páronként asszociált előjelezett tripotensekből álló súlyozott gridek teljes listáját.
- [13] L.L. Stachó - W. WERNER, Jordan manifolds, Conf. Proc. Iasai, benyújtva 2009.12.11.  
**Absztrakt:** Egy  $(Z, \{\dots\})$  Jordan-tripleten modellezett Jordan-sokaságon egy olyan valós-analitikus  $M$  sokaságot értünk, amelynél adoot egy olyan  $\mathcal{A} = \{X_p : p \in M\}$  alakú atlasz, amelynél a koordináták  $X_p : U_p \rightarrow M$ ,  $X_p(0) = p$  alakúak, ahol  $U_p$  nyitott környezete  $Z$  origójának, és az  $X_p^{-1} \circ X_q$  átviteli leképezések általánosított Möbius transzformációk a  $\{\dots\}$  hármas-szorzat szerint. Speciálisan a szimmetrikus hermitikus Banach-sokaságok, így a JB\*-tripletek is, Jordan-sokaságnak tekinthetők. Bemutatunk néhány további tipikus példát Jordan-sokaságra. Explicit algebrai leírását adjuk egy Möbius-invariáns algebrai konnexiónak geodetikusokkal együtt a Jordan-sokaságokon.

### Konferencia-részvételek, tanulmányutak:

- [1] Pozsony, 2006.02.5-8: APLIMAT, "On rection paths in quantum chemistry", megh. előadás 40'.
  - [2] Taiwan,Kao-Hsiung, 2006.04.1-9: Jordan Workshop, "Symmetric Continuous Reinhardt domains", megh. előadás 30'.
  - [3] Pozsony, 2007.02.6-9: APLIMAT, "Affine recursions in linear spaces", megh. előadás 40'.
  - [4] Kolozsvár, 2007.08.20-25: Diff. Geo. and its Applications, "On the manifold of tripotents in  $JB^*$ -triples", megh. előadás 30'.
  - [5] Münster, 2008,01.4-16. tanulmányút + 2 óra megh. előadás: "Über die Automprphismengruppen von kreisförmigen Gebieten in Banachrumen".
  - [6] Granada, 2008,11.12-16: Jordan Structures Workshop, "Continuous Reinhardt domains", megh. előadás 45'.
  - [7] Münster, 2009,02.8-21. tanulmányút + 2 óra megh. előadás: "Jordan-Mannigfaltigkeiten".
  - [8] Iasi, 2009.09.02-05: VIII-th Workshop on Diff. Geo. and Appl., "Jordan manifolds" megh. előadás 50'.
- 
- 

## REPORT

**Project T 48753:** "The holomorphic geometry of circular Banach manifolds"

The results of the project appear in my publications and confernce participations

### Bibliographic content description

#### Publications:

- [1] J.-M. ISIDRO - L.L. Stachó, On the manifold of tripotents in  $JB^*$ -triples, J. Math. Anal. Appl., 304/1 (2005) 147-157.

**Abstract:** The manifold of tripotents in a  $JB^*$ -triple  $Z$  is considered. A natural affine connection is defined on it in terms of the Peirce projections of  $Z$  and a precise description of its geodesics is given. Regarding this manifold as a fiber space by Neher's equivalence, the base space is a symmetric Kähler manifold when  $Z$  is a classical Cartan factor, and necessary and sufficient conditions are established for connected components of the manifold to admit a Riemann structure.

- [2] L.L. Stachó, On reaction paths in quantum chemistry, Proc. Applimat, 5/1 (2006) 211-220.  
**Abstract:** We show that, under not too restrictive mathematical hypothesis on the Born-Oppenheimer energy function  $U$  of a molecular system, the exponential flow of the negative gradient of  $U$  shrinks the level sets of  $U$  into the system of Fukui type reaction paths. We describe the numerical realization of transforming a curve between two local minima of  $U$ , corresponding to stable molecules into an approximate reaction path represented by a sequence in the configuration space.
- [3] J.-M. ISIDRO - L.L. Stachó, On the manifold of complemented principal inner ideals in JB\*-triples, Quart. J. Math (Oxford), 57 (2006) 505-525.  
**Abstract:** The set  $\mathbf{M}$  of Nehers classes of tripotents in an arbitrary JB\*-triple  $Z$  is considered and a natural complex-analytic Banach manifold structure is defined on it. The relationship between  $\mathbf{M}$  and the Grassmann manifold of all complemented principal inner ideals in  $Z$  is studied in detail and the smooth complete vector fields on  $\mathbf{M}$  are characterized as smooth complete equivariant vector fields on the manifold  $\mathbf{M}$  of tripotents of  $Z$ .
- [4] L.L. Stachó, Affine recursions in linear spaces with an application in combinatorial chemistry, Proc. Applimat, 6/2 (2007) 131-138.  
**Abstract:** In terms of powers of hypermatrices, we give closed explicit formulas for vector vector sequences  $v_1, v_2, \dots \in \mathbf{C}^N \equiv \text{Mat}(1, N, \mathbf{C})$  with a recursion property  $v_n = \sum_{p=1}^K v_{n-p} A_p + b$ ,  $n > K$  where  $A_1, \dots, A_K \in \mathbf{C}^{N \times N} \equiv \text{Mat}(N, N, \mathbf{C})$  and  $b \in \mathbf{C}^N$ . We apply the results to solve a problem raised by combinatorial chemists on the number of torsion angle distribution for conformers of  $n$ -alkalines. We also deduce consequences on the algebraic expressions of the Taylor coefficients of rational functions in non-commutative matrix algebras.
- [5] L.L. Stachó, Banach–Stone type theorem for lattice norms in  $C_0$ -spaces, Acta Sci. Math. (Szeged), 73 (2007) 193-208.  
**Abstract:** We consider the space  $E = E(\Omega, \|\cdot\|)$  as the commutative  $\mathbf{C}^*$ -algebra  $\mathcal{C}_0(\Omega)$  equipped with a norm  $\|\cdot\|$  having the monotonicity property  $\|f\| \geq \|g\|$  if  $|f| \geq |g|$ . We show there exists a finest partition  $\Pi$  of the underlying space  $\Omega$  along with a function  $m : \Omega \rightarrow \mathbf{R}_+$  with the following properties:  $\sup_{S \in \Pi} \#S < \infty$ ,  $0 < \inf m \leq \sup m < \infty$  and each  $E$ -hermitian operator  $A$  can be written in the matrix form  $Af(\omega) = \sum_{\eta \in S} a_{\omega\eta}^{(S)} f(\eta)$ ,  $\omega \in S \in \Pi_E$  with some system  $[a^{(S)} : S \in \Pi]$  of matrices  $a^{(S)} = [a_{\omega\eta}^{(S)}]_{\omega, \eta \in S}$  indexed with the elements of  $\Omega$  and we have  $\{f|S : \|f\| \leq 1\} = \{\varphi \in \mathcal{C}(S) : \sum_{\omega \in S} |\varphi(\omega)|^2 \leq 1\}$  for any partition member  $S \in \Pi$ . Hence, generalizing the Banach–Stone theorem, we obtain matrix descriptions for surjective isometries  $E(\Omega, \|\cdot\|) \rightarrow E(\tilde{\Omega}, \|\cdot\| \sim)$ . We apply this result to show that unlike in the classical case of spectral norms, the linear isometric equivalence of  $E(\Omega, \|\cdot\|)$  and  $E(\tilde{\Omega}, \|\cdot\| \sim)$  does not imply the existence of a positive surjective linear isometry in general, disproving a conjecture on Sunada type theorems for generalized Reinhardt domains.

- [6] L.L. Stachó, On the manifold of tripotents in  $JB^*$ -triples,  
in: D. Andrica - S. Morianu (Editors), Contemporary Geometry and Topology and Related Topics, Cluj University Press, 2008, pp. 351-364.  
**Abstract:** Tripotents are natural generalizations of partial isometries in  $C^*$ -algebras to the context of  $JB^*$ -triples that is complex Banach spaces with symmetric unit ball. We give a survey on the main results of some papers by C.-H. Chu, J.-M. Isidro and the author concerning the structure of the tripotents as a direct real-analytic submanifold in a  $JB^*$ -triple. We also discuss some recent developments.
- [7] L.L. Stachó - L.I. SZABÓ, A note on invariant sets of iterated function systems,  
Acta Math. Hungarica, 119 (2008) 159-164.  
**Abstract:** We prove that the family of all invariant sets of iterated systems of contractions  $\mathbf{R}^N \rightarrow \mathbf{R}^N$  is a nowhere dense  $F_\sigma$  type subset in the space of the non-empty compact subsets of  $\mathbf{R}^N$  equipped with the Hausdorff metric.
- [8] L.L. Stachó - L.I. SZABÓ, Lipschitzian retracts and curves as invariant sets of iterated function systems,  
Periodica Math. Hungarica, 57/1 (2008) 23-30.  
**Abstract:** We prove that, under not too restrictive conditions, the union of finitely many strong fractals, that is invariant sets of finite families of proper contractions, as defined in [7], is a strong fractal. Hence we establish collage theorems for non-affine strong fractals in terms of Lipschitzian retracts. We show that any rectifiable curve is a strong fractal though there is a simple arc which is not a strong fractal.
- [9] L.L. Stachó, Continuous Reinhardt-domains from a Jordan view point,  
Studia Math., 185/2 (2008) 177-199.  
**Abstract:** As a natural extension of bounded complete Reinhardt domains in  $\mathbf{C}^N$  to spaces of continuous functions, continuous Reinhardt domains (CRD) are bounded open connected solid sets in commutative  $C^*$ -algebras with respect to the natural ordering. We give a complete parametric description for the structure of holomorphic isomorphisms between CRDs and characterize the partial Jordan triple structures which can be associated with some CRD. On the basis of these results, we test two conjectures concerning the Jordan structure of bounded circular domains. It turns out that both the problems of the bidualization and the unique extension of inner derivations have positive solution in the setting of CRDs.
- [10] G. GOSZTOLYA - L.L. Stachó, On best fit T-norms in speech recognition,  
in: Proceedings CD of 6th SISY 2008, Subotica, 2008.  
**Abstract:** We generalize the model of automatic speech recognition (ASR) based on maximization of products of probability likelihoods of speech frame-phoneme correspondences by applying strict t-norms. We formulate it as a minimization problem in terms of the logarithmic generator of strict t-norms and investigate the experimental solutions in cases of piecewise linear logarithmic generators. The performance of the best fit t-norms found in this manner for a database used in earlier papers with classical t-norms is proved to be essentially superior than the results there.
- [11] L.L. Stachó, On strongly continuous one-parameter groups of automorphisms of multilinear functionals,

J. of Math. Anal. and Appl., 363/2 (2010) 419-431.

**Abstract:** We prove a structure theorem for strongly continuous one-parameter groups formed by surjective isometries of the space of bounded  $N$ -linear functionals over complex Hilbert spaces. As a consequence, the strongly continuous one-parameter automorphism groups of Cartan factors of type I are classified.

- [12] L.L. Stachó, Weighted grids in complex Jordan\* triples,  
Asian-European J. Math., elfogadva 2009.09.15.

**Abstract:** Weighted grids are linearly independent sets  $\{g_w : w \in W\}$  of signed tripotents in Jordan\*-triples indexed by figures  $W$  in real vector spaces such that  $g_u g_v g_w \in \mathbf{Cg}_{\mathbf{u}-\mathbf{v}+\mathbf{w}} (= \mathbf{0} \text{ if } \mathbf{u}-\mathbf{v}+\mathbf{w} \notin \mathbf{W})$ . They arise naturally as systems of weight vectors of certain abelian families of Jordan\* derivations. Based on Neher's grid theory, a classification of association free non-nil weighted grids is given. As a first step beyond the setting of classical grids, the complete list of complex weighted grids of pairwise associated signed tripotents indexed by  $\mathbf{Z}^2$  is established.

- [13] L.L. Stachó - W. WERNER, Jordan manifolds,  
Conf. Proc. Iasai, benyújtva 2009.12.11.

**Abstract:** By a Jordan manifold modeled with a Jordan triple  $(Z, \{\dots\})$  we mean a real-analytic manifold  $M$  with an atlas  $\mathcal{A} = \{X_p : p \in M\}$  such that for each point  $p \in M$  we have  $X_p : U_p \rightarrow M$  with  $X_p(0) = p$  where  $U_p$  is an open neighborhood of the origin in  $Z$  and the chart transition maps  $X_p^{-1} \circ X_q$  are Möbius transformations in the sense of the underlying triple product  $\{\dots\}$  whenever  $q \in X_p(U_p)$ . The category of Jordan manifolds includes all symmetric Hermitian Banach manifolds, in particular the unit balls of JB\*-triples. We show some fundamental examples of Jordan manifolds and describe in explicit algebraic terms a natural Möbius invariant connection along with its geodesics.

### Conference participations, visits:

- [1] Pozsony, 2006.02.5-8: APLIMAT, "On reaction paths in quantum chemistry", invited lecture 40'.
- [2] Taiwan, Kao-Hsiung, 2006.04.1-9: Jordan Workshop, "Symmetric Continuous Reinhardt domains", invited lecture 30'.
- [3] Pozsony, 2007.02.6-9: APLIMAT, "Affine recursions in linear spaces", invited lecture 40'.
- [4] Kolozsvár, 2007.08.20-25: Diff. Geo. and its Applications, "On the manifold of tripotents in JB\*-triples", megh. előadás 30'.
- [5] Münster, 2008,01.4-16. tanulmányút + invited lecture of 2 hours: "Über die Automorphismengruppen von kreisförmigen Gebieten in Banachräumen".
- [6] Granada, 2008,11.12-16: Jordan Structures Workshop, "Continuous Reinhardt domains", invited lecture 45'.
- [7] Münster, 2009,02.8-21. tanulmányút + invited lecture of 2 hours: "Jordan-Mannigfaltigkeiten".
- [8] Iasi, 2009.09.02-05: VIII-th Workshop on Diff. Geo. and Appl., "Jordan manifolds" invited lecture 50'.