

Optimális paraméterbecslési eljárások vizsgálata

Szakmai beszámoló

Bevezető

Az analóg-digitális átalakítás a számítógépes jelfeldolgozás fontos és nélkülözhetetlen lépése, mivel ez a transzformáció teremti meg a kapcsolatot a külvilág valós jelei és azok számítógépes, digitális reprezentációja között. Ennek okán az átalakítók minősége, tehát az, hogy a digitális kódok mennyire reprezentálják valósághűen a külső folyamatokat, alapvető fontosságú a későbbi jelfeldolgozás eredményének vizsgálatakor. Az átalakítók minőségének jellemzésére szabványos tesztelési eljárások állnak rendelkezésre [16]. Ezek segítségével az adott átalakító jósága különböző mérőszámokkal jellemezhető, a szabvány pedig a szükséges mérési eljárást is definiálja a minősítés elvégzéséhez. A tesztelési eljárások közül egyszerűsége és alacsony algoritmikus komplexitása miatt igen elterjedten alkalmazott módszer az átalakítók hisztogram tesztje szinuszos gerjesztőjel felhasználásával. Ahhoz, hogy pontos eredményeket kapjunk (adott mintaszám mellett minimális varianciájú és rendszeres hibával nem terhelt eredmények), az átalakító vizsgálatához felhasznált bemeneti jelnek szigorú követelményeknek kell eleget tennie, és elengedhetetlen a teszteléshez használt szinuszjel paramétereinek pontos ismerete. A szabvány azonban két ponton is hiányos: egyrészt nincs definiált módszer annak ellenőrzésére, hogy a gerjesztőjel megfelel-e az előírt feltételeknek, másrészt a jelparaméterek meghatározásának javasolt módja (legkisebb négyzetek módszere) érzékeny egyrészt a mérést terhelő hibákra (amelyek az átalakító karakterisztikájából is származhatnak), másrészt az algoritmust végrehajtó számítógép számábrázolásának a pontosságára (még a ma elterjedt 32 vagy 64 bites, lebegőpontos reprezentáció esetén is). A probléma tehát kettős: a teszteredmények jósága erősen függ a jelparaméterek pontos ismeretétől, azonban a szabványos eljárások alkalmazásával bizonyos feltételek nem ellenőrizhetők, a jelparaméterek pedig gyakran nem határozhatók meg elegendő pontossággal. Kutatásunk célkitűzése a fenti, összetett problémák orvoslása egyrészt a meglévő eljárások továbbfejlesztésével, másrészt pedig új eljárások kidolgozásával. Az eredmények a következő pontokban csoportosíthatók:

- Megvizsgálásra és továbbfejlesztésre került a szabvány által javasolt legkisebb négyzetes becslési eljárás a szinuszjel paramétereinek meghatározására a numerikus hibák szempontjából. A numerikus hibák érintették a költségfüggvény kiértékelésének a pontosságát, továbbá a jelmodellben a pillanatnyi fázisok meghatározását is negatívan befolyásolták. Ezen kívül az eljárást kondicionáltság szempontjából is tanulmányoztuk, ahol megmutattuk, hogy a kutatás során meghatározott módszer segítségével a kondicionáltság javítható, mely pontosabb végeredményre vezet.
- Kidolgoztunk egy alternatív, frekvenciatartománybeli szinuszbecslő eljárást a bemeneti jel paramétereinek meghatározására, mely kevesebb erőforrásigény mellett, a szabványos eljárással azonos pontossággal képes a paraméterek meghatározására. Erre alapozva létrehoztunk egy eljárást, amely a becslés felhasználásával képes ellenőrizni, hogy a bemeneti jel eleget tesz-e a szabvány által definiált feltételeknek. Amennyiben a feltételek nem teljesülnek, a módszer képes olyan részrekord azonosítására, amely viszont eleget tesz ezeknek. Ezen felül kidolgoztunk egy

továbbfejlesztett eljárást a hisztogram tesztre, mely képes akkor is az átalakító karakterisztikájának a torzítatlan becslésére, mikor a szabvány feltételei nem teljesülnek. A frekvenciatartománybeli szinuszbecslő eljárást általánosítottuk periodikus jelek becslésére is.

- Megvalósításra került a szinusz paramétereinek Maximum likelihood (ML) becslése, mely képes a paraméterek meghatározásánál az átalakító karakterisztikáját is figyelembe venni (szemben a szabványos legkisebb négyzetek módszerével). Az ML becslés pontossága a mintaszám növekedésével közelíti az elméletileg elérhető maximumot. Elkészült továbbá a módszer továbbfejlesztett változata, mely képes a mintavételi bizonytalanság (jitter) modellezésére és jellemzésére. Ezen felül kidolgoztuk annak módszerét, hogy az átalakító karakterisztikáját az eredetileg szükségeshez képest kisebb számú paraméterrel, de a pontosság csorbulása nélkül tudjuk modellezni.
- Továbbfejlesztettük a kutatócsoport által kiadott, mindenki számára ingyenesen hozzáférhető, MATLAB alapú ADC tesztelő toolboxot [1].

A következő fejezetekben a fenti pontokat részletesebben kifejtve ismertetjük, az elért eredményekre és az azokból megjelent publikációkra fókuszálva.

A paraméterbecslési eljárások numerikus kérdései

Pontatlan fáziskiértékelés

A kutatási időszak egyik fontos eredménye a paraméterbecslési eljárások numerikusan érzékeny pontjainak felderítése, illetve ezen hibák hatékony csökkentése volt. Az eljárások során feltételeztük, hogy a feldolgozás lebegőpontos számábrázolás segítségével történik, amelyet általában kellően pontosnak tételezünk fel ahhoz, hogy a műveleteinket pontosan elvégezzük. A kutatás során megmutattuk, hogy a gyakorlati alkalmazások során a vártnál jóval nagyobb hibák is felléphetnek, melyek azonban néhány egyszerű lépés közbeiktatásával jelentősen csökkenthetők.

A lebegőpontos számábrázolás során a számokat normalizált alakban írjuk fel:

$$\text{Előjel} \cdot M \cdot 2^E$$

ahol az előjel lehet pozitív vagy negatív, M jelöli a mantisszát, melyben a szám értékes jegyeit tároljuk, és E az exponenst, melynek segítségével a szám nagyságrendjét adhatjuk meg. Mivel a számokat véges bitszámon tudjuk ábrázolni, kompromisszumot kell kötni az ábrázolható értékes jegyek száma, valamint az ábrázolni kívánt tartomány szélessége között: minél több biten ábrázoljuk a mantisszát, annál finomabb lesz a felbontás, minél több bites az exponens, annál szélesebb az ábrázolható számtartomány. Amennyiben a mantissza hosszát p -vel jelöljük, úgy a legkisebb helyiértékű bit legnagyobbhoz viszonyított relatív pontossága

$$\text{eps} = 2^{-p+1}$$

lesz. Fontos hangsúlyozni a relatív szót. Mivel a számokat normalizált alakban írjuk fel, ezért minél nagyobb az exponens, annál nagyobb az egyes bitek abszolút helyiértéke, ezzel együtt a számábrázolás abszolút hibája is. A legkisebb helyiértékű bit (lowest order bit, LOB)

abszolút értékét tehát a mantissa hossza és az exponens értéke határozza meg. Vegyünk két példát:

$$\text{LOB}(1) = \text{LOB}(2^0) = 2^{-p+1} \approx 1.19 \cdot 10^{-7}$$

$$\text{LOB}(10^4) = \text{LOB}(2^{13}) = 2^{13} \cdot 2^{-p+1} \approx 9.78 \cdot 10^{-4}$$

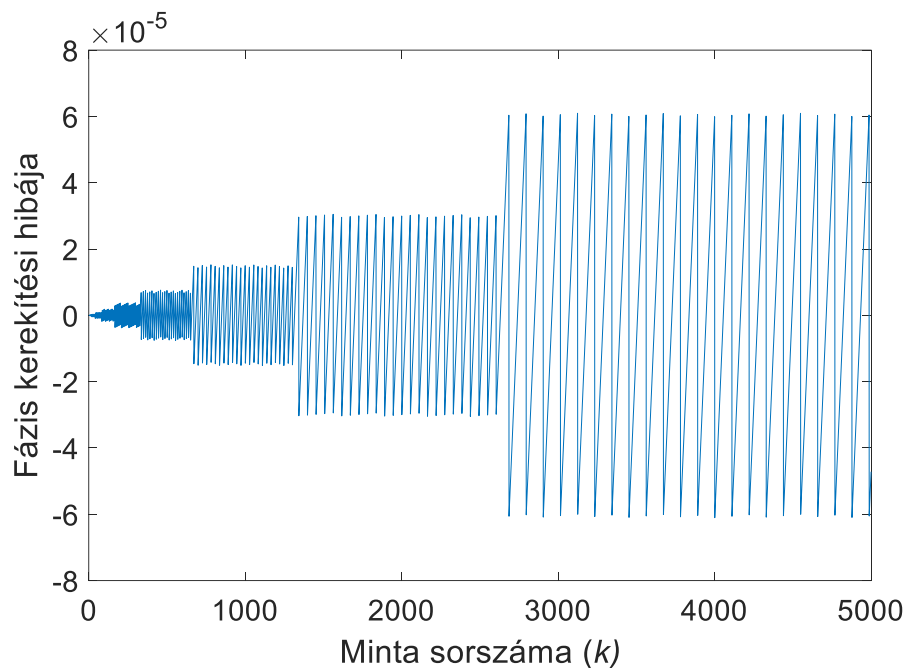
Jól látható, hogy minél nagyobb az ábrázolt szám abszolút értéke, annál nagyobb a fellépő kerekítési hiba lehetséges értéke.

A szinuszjel paraméterbecslése során, legyen szó legkisebb négyzetes, vagy maximum likelihood paraméterbecslésről, meg kell határozni az illesztett jel fázisát a mintavételi időpontokban:

$$\varphi_k = 2\pi \frac{f}{f_s} k .$$

Minél hosszabb a mintavételi regisztrátum, annál nagyobb abszolút értékű fázisinformációk lehetnek jelen. Ebből következik tehát, hogy a lebegőpontos számábrázolás miatt a fázisinformáció, és ezen keresztül az illesztett jel is egyre növekvő kerekítési hibával terhelt, melynek következtében a paraméterbecslési eljárás pontatlansága is növekszik [5].

Vegyünk egy egyszerű példát: legyen $\frac{f}{f_s} = \frac{1}{16}$, és használjunk szimpla pontosságú számábrázolást. Ekkor a számábrázolás következtében fellépő kerekítési hiba a pillanatnyi fázisban a következő:



Jól látható, hogy k növelésével a kerekítési hiba is növekszik. Mivel a fázisok szinusz- és koszinuszfüggvények argumentumaként szerepelnek, ezért a fáziskiértékelés pontatlansága hat ezen trigonometrikus függvények kiértékelésének pontatlanságára. Ennek következtében pedig a szinuszillesztés költségfüggvényének kiértékelése is hibákkal terhelt lesz:

$$\begin{aligned} CF_{LS} &= \sum_{k=1}^N (x_k - (y_k + e_{phase,k}))^2, = \sum_{k=1}^N (e_k - e_{phase,k})^2 \\ &= \sum_{k=1}^N (e_k^2 - 2e_k e_{phase,k} + e_{phase,k}^2), \end{aligned}$$

ahol $e_{phase,k}$ az illesztett szinusz k . mintájának hibája a fáziskiértékelés hibájának következtében [5]. Az általunk kiértékelni kívánt költségfüggvény

$$\sum_{k=1}^N e_k^2$$

tehát jól látszik, hogy a fáziskiértékelés hibája a költségfüggvény kiértékelését jelentősen befolyásolja. A kutatás során megmutattuk, hogy a költségfüggvény várható értéke

$$\frac{\pi^2 R^2 \cdot eps^2 J^2 N}{18}$$

értékkel növekszik, varianciája pedig gyakorlati esetekben jó közelítéssel

$$\begin{cases} \frac{\pi^2 Q^2 R^2 eps^2 J^2 N}{54} - gyel, & \text{egyenletes eloszlású zaj esetén} \\ \frac{2\pi^2 \sigma_{noise}^2 R^2 eps^2 J^2 N}{9} - cel, & \text{Gauss - eloszlású zaj esetén} \end{cases}$$

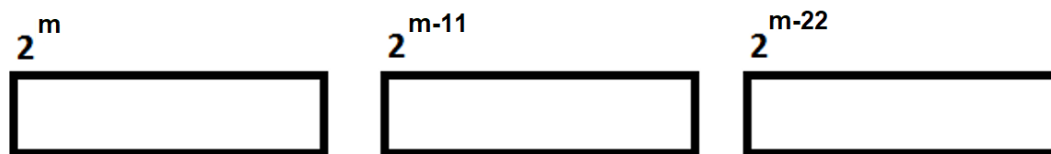
tehát mind a várhatóérték-, mind a variancianövekedés arányos a mintavételezett regisztrátum hosszával, valamint négyzetesen arányos a mintavételezett periódusok számával, a regisztrátum amplitúdójával, valamint a számábrázolás relatív pontosságával [3].

A hiba abból ered tehát, hogy egyre növekvő abszolút értékű fázisokat kell ábrázolni, melyek a lebegőpontos számábrázolás következtében egyre növekvő kerekítési hibákkal terheltek. A hiba csökkentésének ötlete abból ered, hogy amennyiben korlátozni tudnánk a fázisok abszolút értékét, úgy a kerekítési hibákat is csökkenteni tudnánk. Ez azonban egyszerűen megvalósítható, felhasználva a trigonometrikus függvények periodicitását. Ebből ugyanis az következik, hogy a fázisinformáció veszteség nélkül ábrázolható az alábbi átalakítás felhasználásával:

$$2\pi \left\langle \frac{f}{f_s} k \right\rangle$$

ahol $\langle \cdot \rangle$ operátor az törtrész-képzés operátora, amely a legközelebbi egész számra történő kerekítés után maradó törtrészt jelenti. Tehát például $\langle 3,2 \rangle = 0,2$ és $\langle 3,8 \rangle = -0,2$. Fontos azonban megjegyezni, hogy a fázisszámítás nem történhet a szokásos módon, kiértékelve a módosított képletet. Ekkor ugyanis amikor $\frac{f}{f_s} k$ -t kiszámoljuk, már az eredeti nagy kerekítési hiba lép fel, ezért utána hiába vonjuk le az egészrészt, a pontos fázisinformáció már elveszett, azt nem tudnánk visszanyerni. Ezért a fázist más módszerrel kell számolni.

Az egyik lehetséges megközelítés az, hogy végezzük el a számítást megnövelt pontossággal, képezük a törtrészt, és utána tároljuk el az eredményt az eredeti pontossággal. A megnövelt pontosság elvégzéséhez egy módosított számábrázolást alkalmazhatunk [5][29]:



Tehát a számot három szeletben ábrázoljuk, úgy hogy az egyes ábrázolt számok exponensei közötti különbség 11 (szimpla pontosságú számábrázolás esetén). Az eredeti szám pedig ezen három szám összegeként áll elő. A módszer előnye, hogy két ilyen szelet szorzata legfeljebb $11+11=22$ értékes bitet tartalmaz, míg a szimpla pontosságú számábrázolás mantisszája 23 bites. Ennek megfelelően két szelet szorzata hiba nélkül ábrázolható. Az elvégezni kívánt $\frac{f}{f_s} k$ műveletet konvolúció segítségével számíthatjuk ki:

$$\left(\frac{f}{f_s} k\right)_{prec} = [f_1, f_2, f_3] * [k_1, k_2] = [f_1 \cdot k_1, f_1 \cdot k_2 + f_2 \cdot k_1, f_2 \cdot k_2 + f_3 \cdot k_1, f_3 \cdot k_2]$$

ahol f_1 jelöli $\frac{f}{f_s}$ első szeletét. Ezek után a törtrészt az alábbi módon számíthatjuk:

$$\left\langle \frac{f}{f_s} k \right\rangle_{prec} = \langle f_1 \cdot k_1 \rangle + \langle f_1 \cdot k_2 + f_2 \cdot k_1 \rangle + \langle f_2 \cdot k_2 + f_3 \cdot k_1 \rangle + \langle f_3 \cdot k_2 \rangle$$

Ez a szám már szimpla pontosságon ábrázolható, ezt 2π -vel szorozva kapjuk meg a kívánt fázisinformációt. Ily módon a fázisinformáció a $(-\pi; \pi]$ intervallumra korlátozódik, tehát a lehetséges kerekítési hibákat is jelentősen korlátozni tudtuk.

Egy másik lehetőség a rekurzív fázisszámtás [8]. Vezessük be a

$$\gamma'_k = \left\langle \frac{f}{f_s} k \right\rangle$$

jelölést. A fázisinformáció ekkor a

$$\gamma'_1 = \left\langle \frac{f}{f_s} \right\rangle \quad \text{és} \quad \gamma'_{k+1} = \begin{cases} \gamma'_k + \gamma'_1, & \text{ha } \gamma'_k + \gamma'_1 < 0,5 \\ \gamma'_k + \gamma'_1 - 1 & \text{egyébként} \end{cases}$$

képlettel nyerhető ki. Fontos megjegyezni, hogy a rekurzív számítás miatt az összegzési hibák kumulálódhatnak. Ennek elkerülésére szolgál a [17] által javasolt módosítás, melynek segítségével az összegzésből eredő hibák jelentősen csökkenthetők.

A hiba hatásának illusztrálására [8]-ban a következő szimulációt futtattuk. Előállítottunk 100 zajos szinuszos jelet a következő paraméterekkel:

$$A = 0,4 \quad B = 0,3 \quad C = 0,5.$$

A zajt egy ideális 12 bites kvantáló által generált egyenletes eloszlású zajjal modelleztük, majd elvégeztük a legkisebb négyzetes szinuszillesztést, és kiszámoltuk az átlagos effektív bitszám (ENOB) értékét. Az ENOB definíció szerint

$$ENOB = b - \log_2 \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \cdot CF_{LS}}}{Q/\sqrt{12}}$$

ahol Q a kvantáló ideális kód bin szélessége. Az illesztést elvégeztük dupla pontossággal, szimpla pontossággal, valamint szimpla pontossággal, a javasolt rekurzív fázisszámítás közbeiktatásával. A kiszámolt ENOB értékeket a következő táblázat tartalmazza ([8]-ből átvéve):

Minták száma	Dupla pontosság	Szimpla pontosság	Szimpla pontosság + rekurzív fázisszámítás
1000	12,00	12,00	12,00
10000	12,00	11,97	12,00
20000	12,00	11,89	12,00
50000	12,00	11,43	12,00

A táblázatból jól látszik, hogy minél hosszabb a mintavételezett rekord, annál jobban befolyásolja az ENOB értékét a szimpla pontosságú ábrázolás kerekítési hibája, azonban ez a hiba gyakorlatilag megszüntethető, ha a fázist a javasolt rekurzív módszer segítségével számítjuk ki.

Algoritmusok kondíciószáma

A szinuszjelek paraméterbecslési eljárásainak másik numerikus szempontból érzékeny pontja az algoritmusok kondicionáltsága. Általánosan elmondható, hogy amennyiben a megoldandó lineáris egyenletrendszer a

$$\mathbf{D}\boldsymbol{\theta} = \mathbf{x}$$

alakban írható fel, úgy az egyenlet megoldása

$$\boldsymbol{\theta} = \mathbf{D}^+ \mathbf{x} .$$

Ezen megoldás érzékenysége az alábbi formában írható fel:

$$\frac{\|\boldsymbol{\theta}_\varepsilon - \boldsymbol{\theta}\|_2}{\|\boldsymbol{\theta}\|_2} \leq \text{cond}(\mathbf{D}) \left\{ \frac{\|\mathbf{D}_\varepsilon\|_2 - \|\mathbf{D}\|_2}{\|\mathbf{D}\|_2} + \frac{\|\mathbf{x}_\varepsilon - \mathbf{x}\|_2}{\|\mathbf{x}\|_2} \right\} + O(\varepsilon^2),$$

ahol \mathbf{D}_ε , a \mathbf{D} mátrix perturbációjával kapott mátrix, $\boldsymbol{\theta}_\varepsilon$, valamint \mathbf{x}_ε pedig rendre $\boldsymbol{\theta}$ és \mathbf{x} perturbációjával kapott vektorok [18]. Ebből tehát következik, hogy a megoldás numerikus hibája \mathbf{D} és \mathbf{x} relatív hibájával arányos. Az arányossági tényező \mathbf{D} mátrix kondíciószáma, mely

legnagyobb és legkisebb szinguláris értékének hányadosa. Tehát a kondíciós szám \mathbf{D} és \mathbf{x} hibáit felnagyítja.

A megoldás érzékenységét tovább rontja, ha a pszeudo-inverz a

$$\mathbf{D}^+ = (\mathbf{D}^T \mathbf{D})^{-1} \mathbf{D}^T$$

képlettel kerül kiszámításra. Ekkor ugyanis $(\mathbf{D}^T \mathbf{D})$ számítása miatt \mathbf{D} mátrix kondíciós számának négyzetével lesz arányos a megoldás numerikus hibája.

A kutatás során megvizsgáltuk a három- és négyparaméteres LS-illesztéshez rendelhető kondíciós számokat. A háromparaméteres illesztésben $\mathbf{D}_0^T \mathbf{D}_0$ mátrix a következőképp írható fel:

$$\mathbf{D}_0^T \mathbf{D}_0 = \begin{pmatrix} \sum_{k=1}^N \cos^2 \varphi_k & \sum_{k=1}^N \cos \varphi_k \sin \varphi_k & \sum_{k=1}^N \cos \varphi_k \\ \sum_{k=1}^N \cos \varphi_k \sin \varphi_k & \sum_{k=1}^N \sin^2 \varphi_k & \sum_{k=1}^N \sin \varphi_k \\ \sum_{k=1}^N \cos \varphi_k & \sum_{k=1}^N \sin \varphi_k & \sum_{k=1}^N 1 \end{pmatrix} = \tilde{\mathbf{H}} = \begin{pmatrix} \tilde{h}_{11} & \tilde{h}_{12} & \tilde{h}_{13} \\ \tilde{h}_{12} & \tilde{h}_{22} & \tilde{h}_{23} \\ \tilde{h}_{13} & \tilde{h}_{23} & \tilde{h}_{33} \end{pmatrix}$$

vezessük be a

$$\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{H} + \mathbf{E}$$

jelölést, ahol

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} N/2 & 0 & 0 \\ 0 & N/2 & 0 \\ 0 & 0 & N \end{pmatrix},$$

\mathbf{E} pedig a közelítés hibája. A mátrixperturbáció elmélete [19] szerint $\tilde{\mathbf{H}}$ és \mathbf{H} sajátértékeire az alábbi kifejezés írható fel:

$$|\tilde{\lambda}_i - \lambda_i| \leq \|\tilde{\mathbf{H}} - \mathbf{H}\|_2 = \|\mathbf{E}\|_2 \leq \|\mathbf{E}\|_F,$$

ahol $\|\cdot\|_2$ a vizsgált mátrix 2-normáját, $\|\cdot\|_F$ a Frobenius-normáját jelöli. Előbbi a mátrix legnagyobb szinguláris értékével, utóbbi a mátrix elemeinek négyzetösszegéből vont négyzetgyökkel egyenlő. A vizsgált egyenlőtlenségben továbbá λ_i jelöli \mathbf{H} , $\tilde{\lambda}_i$ pedig $\tilde{\mathbf{H}}$ mátrix i . sajátértékét. Mivel \mathbf{H} mátrix diagonális, sajátértékei egyenlőek a főátló elemeivel.

A kutatás során megmutattuk, hogy \mathbf{E} mátrix elemei abszolút korlátozhatók az alábbi értékekkel [7]:

$$\mathbf{E}_b = \frac{N}{J} \begin{pmatrix} \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{2\sqrt{2}} \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{2\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2\sqrt{2}} & \frac{1}{2\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix}.$$

Ekkor \mathbf{E}_b mátrix Frobenius-normája majorálja \mathbf{E} mátrix Frobenius-normáját. Felhasználva, hogy $\tilde{\mathbf{H}}$ és \mathbf{H} szimmetrikus és pozitív szemidefinit, tudjuk, hogy sajátértékeik megegyeznek szinguláris értékeikkel. A két mátrix szinguláris értékeinek különbségére tehát az alábbi kifejezés írható fel:

$$|s_i - \tilde{s}_i| \leq \|\mathbf{E}_b\|_2 \leq \|\mathbf{E}_b\|_F = \frac{0,75N}{J}$$

Ekkor a háromparaméteres illesztés kondíciós számára az alábbi közelítés adható:

$$\text{cond}(\mathbf{D}_0^T \mathbf{D}_0) = \frac{\max(\tilde{s}_i)}{\min(\tilde{s}_i)} \leq \frac{N + \frac{0,75N}{J}}{\frac{N}{2} - \frac{0,75N}{J}} = \frac{1 + \frac{0,75}{J}}{0,5 - \frac{0,75}{J}}$$

mely nagy J esetén Taylor-sorával az alábbi módon közelíthető [3]:

$$\begin{aligned} \text{cond}(\mathbf{D}_0^T \mathbf{D}_0) &\leq 2 \cdot \frac{1 + \frac{0,75}{J}}{1 - \frac{1,5}{J}} \approx 2 \cdot \left(1 + \frac{0,75}{J}\right) \cdot \left(1 + \frac{1,5}{J}\right) \approx 2 \cdot \left(1 + \frac{0,75}{J} + \frac{1,5}{J}\right) \\ &= 2 + \frac{4,5}{J} \quad \text{nagy } J \text{ esetén,} \end{aligned}$$

Tehát a kutatás során igazoltuk, hogy a háromparaméteres LS-illesztés jól kondicionált feladat.

A négyparaméteres illesztés mátrixára az alábbi közelítés alkalmazható:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \frac{N}{2} & 0 & 0 & \frac{BN^2}{4} \\ 0 & \frac{N}{2} & 0 & -\frac{AN^2}{4} \\ 0 & 0 & N & 0 \\ \frac{BN^2}{4} & -\frac{AN^2}{4} & 0 & \frac{R^2N^3}{6} \end{pmatrix} = N \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{BN}{4} \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{AN}{4} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{BN}{4} & -\frac{AN}{4} & 0 & \frac{R^2N^2}{6} \end{pmatrix}.$$

Jól látható, a negyedik paraméter következtében az algoritmus rosszul kondicionált, és a kondíciós szám R^2 -tel és N^2 -tel is arányos lesz. Ennek elkerülésére a negyedik paraméter skálázását alkalmazhatjuk, mely az eredeti \mathbf{D} mátrix negyedik oszlopa elemeinek λ -val való osztását jelenti. A skálázott \mathbf{H}_{sc} mátrix a következőképpen írható fel:

$$\mathbf{H}_{sc} = \begin{pmatrix} \frac{N}{2} & 0 & 0 & \frac{BN^2}{4\gamma} \\ 0 & \frac{N}{2} & 0 & -\frac{AN^2}{4\gamma} \\ 0 & 0 & N & 0 \\ \frac{BN^2}{4\gamma} & -\frac{AN^2}{4\gamma} & 0 & \frac{R^2N^3}{6\gamma^2} \end{pmatrix} = N \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{BN}{4\gamma} \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{AN}{4\gamma} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{BN}{4\gamma} & -\frac{AN}{4\gamma} & 0 & \frac{R^2N^2}{6\gamma^2} \end{pmatrix} = N\mathbf{H}_{sc2} ,$$

A skálázott mátrix kondíciósámára [20]-ból kiindulva levezettük az optimális skálázási tényezőt, melynek felhasználásával \mathbf{H}_{sc} kondíciósámára 14-re csökkenthető [7]:

$$\gamma_{opt} = \frac{RN}{1,852} .$$

Mivel jelen esetben csak közelítést alkalmaztunk, így az algoritmus hatékonyságát szimulációk segítségével igazoltuk [7].

Szintén bebizonyítottuk, hogy az algoritmus kis módosításával a kondíciósám jelentős mértékben javítható: amennyiben az időtengely-paramétereket úgy állítjuk be, hogy a futó index nem 1-től N-ig fut, hanem 0-ra szimmetrikusra állítjuk be, úgy megfelelő skálázás alkalmazásával az optimális 1 kondíciósám három- és négyparaméteres esetben is megközelíthető [3][7].

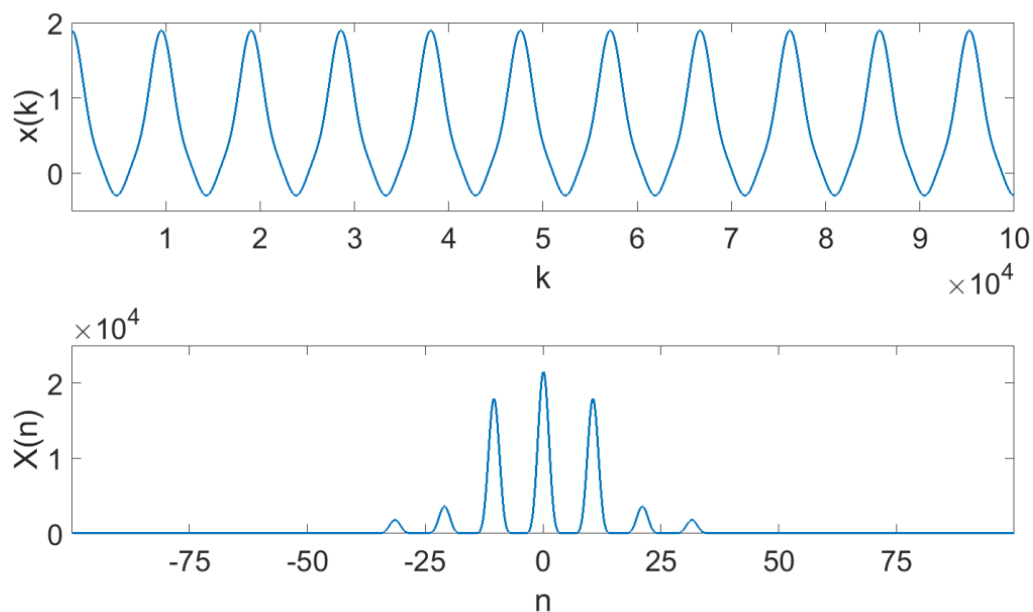
Színuszjel paramétereinek meghatározása a frekvenciatartományban

Egy színuszjel paramétereinek meghatározása gyakran előforduló feladat a mérés technikában. Az eljárás az A/D átalakítók tesztelése kapcsán is felmerül, mivel a komparálási szintek becsléséhez szükség van a gerjesztőjel paramétereinek ismeretére. A [16] szabvány a három- illetve négyparaméteres legkisebb négyzetek módszerét javasolja, az időtartománybeli minták felhasználásával. Ez a módszer azonban több hátrányos tulajdonsággal is rendelkezik:

- A becslés számításigénye iterációnként $20N$, ahol N jelöli az átalakítón mért minták számát. Ehhez hozzáadódik még az FFT műveletigénye, mivel az eljárás iteratív, és a konvergencia biztosításához szükség van egy jó kezdeti frekvenciabecslőre, amit interpolált FFT (IpFFT) segítségével számíthatunk. Nagy felbontású (16-20-24 bites) átalakítók teszteléséhez sok mintára van szükség, így az eljárás műveletigénye fontos szempont.
- A szabvány előírja, hogy az átalakítót enyhén túl kell vezérelni, ez azonban torzítja a jelet. Ez a torzítás a szabványos eljárásban nincs figyelembe véve.
- Gyakori eset, hogy a színuszjel mellett egyéb harmonikus komponensek is jelen vannak, melyek torzítják az eredeti jelalakot. Ezek hatása a szabvány szerinti eljárás alkalmazásával nem küszöbölhető ki, így jelenlétük esetén negatívan befolyásolják a becslés eredményét.

A fenti hátrányok elkerülésére kidolgoztunk egyszinuszbecslő eljárást a frekvenciatartományban, melynek kisebb a számításigénye, kevésbé érzékeny a harmonikus torzításra, de statisztikai tulajdonságai (a becslési hiba középértéke és szórása) egyeznek a szabványos eljárásával. Az új módszer alapja, hogy a frekvenciatartományban egy megfelelő ablakfüggvény alkalmazásával néhány mintába tömörítjük a hasznos adatokat a mért jelről, és az illesztéshez csak ezeket a hasznos adatokat tartalmazó mintákat használjuk fel. Az illesztés ugyanúgy iteratív lesz, mint az eredeti eljárásban, azonban a minták kis száma miatt a számításigény jelentősen lecsökken.

A módszert a következő ábrán illusztráljuk, melyen egy DC összetevő, egy szinuszjel és két felharmonikusa láthatók az idő- és frekvenciatartományban:



Az időtartománybeli $x(t)$ jelen látható, hogy abban az információ a szinusz paramétereiről (egyenösszetevő, amplitúdó, kezdőfázis, frekvencia) eloszlik a minták között, továbbá az is látható, hogy a felharmonikus komponensek nem választhatók szét az alapharmonikus komponensről. A két tulajdonság következménye, hogy a becsléshez minden mintát fel kell használnunk, másrészt a felharmonikusok rontani fogják az eredményeket, mivel nincsenek modellezve.

Az ábra alsó részén az időtartománybeli jel diszkrét Fourier transzformáltja látható, a háromparaméteres Blackman-Harris ablakfüggvény [21] alkalmazása után. Itt az időtartománybeli jellel szemben megfigyelhető, hogy a hasznos információ a szinuszjelről és középértékéről néhány mintába tömörül, másrészt a felharmonikusok különválnak az alapharmonikus összetevőtől, így mikor utóbbi mintáit használjuk a becslés során, a harmonikus torzítás nem lesz negatív hatással az eredményekre.

Ahhoz, hogy a becslést el tudjuk végezni, először is meg kell határoznunk a jel modelljét a frekvenciatartományban. Először az időtartományban adjuk meg a szinuszjel modelljét:

$$x(k) = C + A \cdot \cos(2\pi Jk) + B \cdot \sin(2\pi Jk) .$$

A fenti modellben C, A, B és J a szinuszjel egyenáramú összetevőjét, koszinuszos és szinuszos tagjának amplitúdóját, illetve a mért periódusok számát jelöli. Utóbbit a jel- és mintavételi frekvencia, valamint a minták száma határozza meg:

$$J = N \cdot \frac{f_x}{f_s}.$$

A fenti jelet a diszkrét frekvenciatartományban az alábbi módon fejezhetjük ki:

$$X(n) = X_s(n) + X_{dc}(n),$$

ahol

$$X_s(n) = X_s^-(n) + X_s^+(n),$$

$$X_s^-(n) = e^{-j\pi(n-J)\frac{N-1}{N}} \cdot \frac{A + jB}{2} \cdot \frac{\sin(\pi(k-J))}{\sin\left(\frac{\pi(k-J)}{N}\right)},$$

$$X_s^+(n) = e^{-j\pi(n+J)\frac{N-1}{N}} \cdot \frac{A - jB}{2} \cdot \frac{\sin(\pi(k+J))}{\sin\left(\frac{\pi(k+J)}{N}\right)},$$

$$X_{dc}(n) = \begin{cases} C \cdot N, & \text{ha } k = 0 \pm N \pm 2N \pm \dots \\ 0, & \text{egyébként} \end{cases}$$

A fenti kifejezések alkalmazásával tehát zárt alakban leírható a szinuszjel a frekvenciatartományban. Az ablakfüggvény használatának modellezéséhez meg kell határoznunk a Blackman-Harris ablakfüggvénnyel szorzott jel diszkrét Fourier transzformáltját:

$$X_{BH}(n) = DFT\{x(k) \cdot w_{BH}(k)\},$$

ahol

$$w_{BH}(k) = a_0 - a_1 \cdot \cos\left(\frac{2\pi k}{N}\right) + a_2 \cdot \cos\left(\frac{4\pi k}{N}\right),$$

$$a_0 = 0.4243801,$$

$$a_1 = 0.4973406,$$

$$a_2 = 0.0782793.$$

Az időtartománybeli szorzás a frekvenciatartományban konvolúcióba megy át. Adott n indexre $X_{BH}(n)$ a következő módon számítható:

$$X_{BH}(n) = \frac{a_2}{2} \cdot (X(n-2) + X(n+2)) + \frac{a_1}{2} \cdot (X(n-1) + X(n+1)) + a_0 \cdot X(n).$$

A fenti formula elsőre bonyolultnak tűnhet, azonban a frekvenciatartománybeli ábrázolás és a Blackman-Harris ablak alkalmazása miatt csak 15 mintára szükséges alkalmazni (5 minta a DC összetevő, 5-5 minta a szinusz frekvenciái körül).

A modell felhasználásával meghatározható a mért jel modellje ablakozás után a frekvenciatartományban. Az így adódó becslő vektor a szinuszel paramétereinek függvénye:

$$\hat{\mathbf{x}}_{BH} = \{X_{BH}(n)\}_{n=0}^{N-1} = \mathbf{g}(A, B, C, J).$$

A fenti jelmodell segítségével előállítható az \mathbf{e} komplex hibavektor a mérés felhasználásával:

$$\mathbf{e} = \mathbf{x}_{BH} - \hat{\mathbf{x}}_{BH}.$$

A komplex hibavektor segítségével definiálhatunk egy valós költségfüggvényt, melynek minimalizálásával a paraméterek becsülhetők:

$$CF = \mathbf{e}^H \mathbf{e},$$

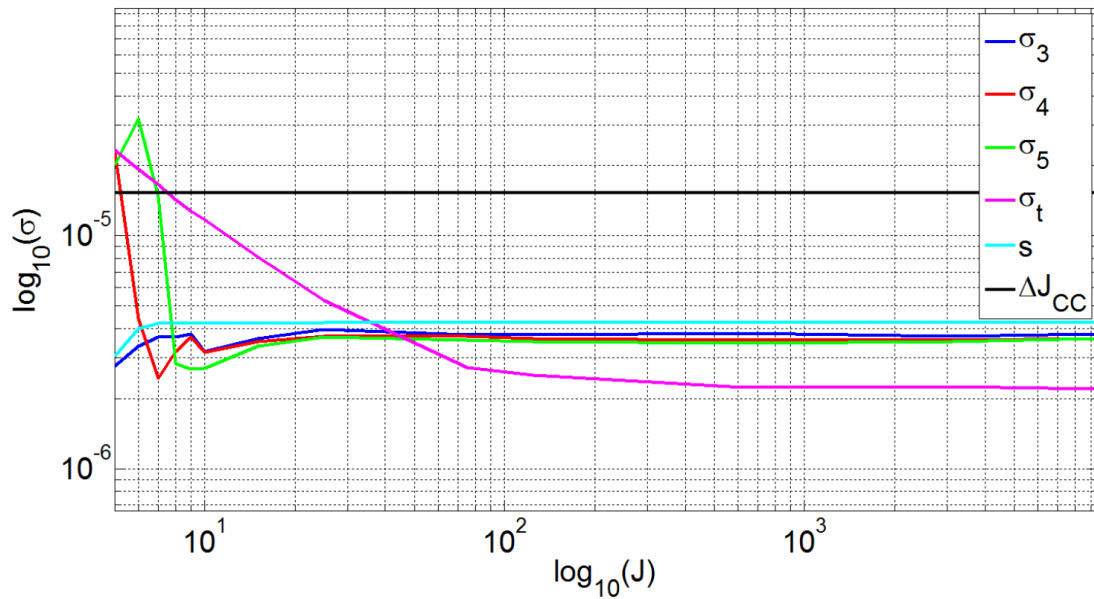
ahol \mathbf{e}^H a hibavektor transzponált-konjugáltját jelenti. Mivel a jelmodell nemlineáris a J paraméterben, iteratív eljárásra van szükség a minimumhely megkereséséhez és ezáltal a szinuszel paramétereinek meghatározásához. Ehhez a Gauss-Newton eljárást [22] választottuk. Jelölje a \mathbf{J} ún. Jacobi-mátrix a $\mathbf{g}(A, B, C, J)$ vektor-vektor függvénynek az argumentumban szereplő paraméterek szerinti deriváltját, \mathbf{C} pedig a Blackman-Harris ablakfüggvény használata miatt szükséges kovarianciamátrixot. Ekkor a paraméterek megváltozása az alábbi egyenlettel fejezhető ki (Gauss-Newton lépés):

$$\begin{bmatrix} \Delta A \\ \Delta B \\ \Delta C \\ \Delta J \end{bmatrix} = (\mathbf{J}^H \cdot \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{J})^{-1} \cdot \mathbf{J}^H \cdot \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{e}.$$

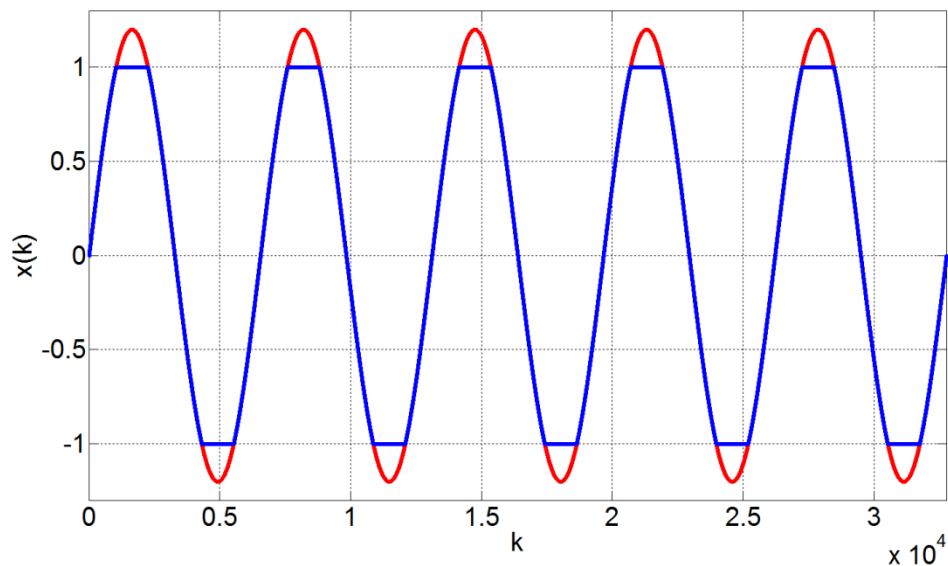
A fenti lépést iteratív módon végrehajtva, megfelelő kezdőpontból kiindulva az eljárás konvergálni fog a minimumhelyhez, így a változások a jel paramétereiben egyre kisebbek lesznek. A megfelelő kezdőérték jelen esetben a periódusok számának (J) kezdeti becslésére vonatkozik, a többi (lineáris) paraméter kezdőértéke nem lényeges a konvergencia szempontjából. A kezdőértéket interpolált FFT eljárás segítségével határozzuk meg.

Mivel a fenti iteratív eljárást csak 15 pont felhasználásával szükséges végrehajtani, műveletigénye elhanyagolható az FFT-hez szükséges $N \cdot \log_2 N$ művelethez képest. Ezáltal a becslés számításigénye nagymértékben lecsökkent. Azonban mivel a keresett paraméterekről az információ döntő része megtalálható a felhasznált 15 pontban, a becslés pontossága megközelíti a hagyományos időtartománybeli eljárását (harmonikus komponens jelenlétében felül is múlhatja).

Összehasonlítottuk a becslési eljárások statisztikai tulajdonságait a periódusok számának becslőjére. A következő ábrán látható több különböző frekvencián a hagyományos, időtartománybeli eljárás tapasztalati szórása (σ_t , rózsaszín görbe) összehasonlítva a frekvenciatartománybeli eljárás tapasztalati szórásával (σ_3 , kék görbe). A mérések kvantálás, harmonikus torzítás (az alapharmonikus kétszeresén) és additív Gauss-zaj jelenlétében zajlottak. Látható, hogy alacsony frekvencián, ahol a harmonikus frekvenciája (amely kétszerese az alapharmonikus jelének) közelebb esik az alapjel frekvenciájához, ott a frekvenciatartománybeli módszer kisebb bizonytalansággal képes a periódusok számát megbecsülni. A frekvencia növekedésével ez az előny eltűnik, azonban a szórás továbbra is közel marad az időtartománybeli eljárásához.



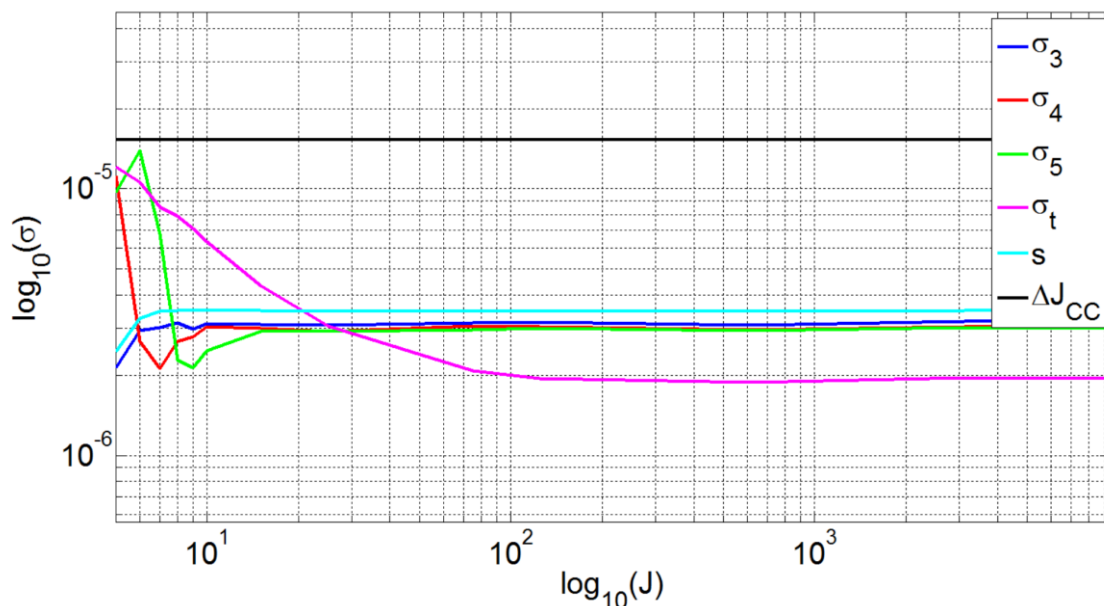
Problémát jelenthet, hogy a szabvány javasolja az átalakító túlvezérlését, amely során a gerjesztőjel amplitúdóját magasabbra állítjuk, mint az átalakító bemeneti feszültségtartománya. Ez a csúcsok levágásához vezet, melynek hatására a DFT eredményében további harmonikus komponensek jelennek meg, melyek rontják a becslés jóságát (ugyanaz igaz a szabvány által javasolt időtartománybeli módszerre is). Ez a negatív hatás a jel előfeldolgozásával nagymértékben csökkenthető.



A problémára az alábbi eljárást javasoltuk:

- A periódusok számának kezdeti becslése IpFFT felhasználásával.
- A jel további paramétereinek becslése a szabványos, háromparaméteres becslési eljárással, de a túlvezérelt pontok kihagyásával (legnagyobb és legkisebb ADC kód).
- A túlvezérelt pontok kiegészítése a becslt paraméterek alapján.

A frekvenciatartománybeli becslést az így kiegészített jelen elvégezve a túlvezérlés hatása csökken. A következő ábra a becslők tapasztalati szórását mutatja, 20% túlvezérlés mellett. A korrekt összehasonlítás végett az időtartománybeli becslést is a kiegészített, a túlvezérlés negatív hatásától megszabadított jelen végeztük el.



Látható, hogy az eredmények hasonlóak a túlvezérlés nélküli esethez, a fenti kiegészítéssel tehát a szabvány előírásainak betartása mellett is jól használható a frekvenciatartománybeli eljárás. A műveletigény, beleértve a túlvezérlés hatásának kompenzálását is:

$$(12 + \log_2 N) \cdot N .$$

Az eljárás általánosítása multiharmonikus jelekre

A frekvenciatartománybeli szinuszbecslő eljárás könnyen általánosítható egy H számú harmonikus komponensből álló jel paramétereinek meghatározására:

$$x(k) = C + \sum_{i=1}^H A_i \cdot \cos\left(\frac{2\pi J i n}{N}\right) + B_i \cdot \sin\left(\frac{2\pi J i n}{N}\right).$$

A feladat megoldható az időtartománybeli eljárás általánosításával is. Ez a megoldás továbbra is érzékeny marad egy nem modellezett harmonikus jelenlétére, a számításgigény pedig tovább növekszik a több modellezendő felharmonikus miatt, mivel több paramétert kell meghatározni: a rekurzív eljárás iterációnként $N \cdot (4H^2 + 10H + 6)$ műveletet igényel. Itt is szükség van egy kezdeti frekvenciabecslőre, melyet általában IpFFT-vel határoznak meg, ez további $N \cdot \log_2 N$ műveletet jelent.

A becslést a frekvenciatartományban elvégezve a számításgigény csökkenthető, és az ablakfüggvény alkalmazása miatt a nem modellezett harmonikus komponensek hatása is csökkenthető. A frekvenciatartománybeli jelmodell a következő módon adható meg. Először kifejezzük az ablakozás nélküli multiharmonikus jel diszkrét Fourier-transzformáltját:

$$Y(n) = FFT \left\{ C + \sum_{i=1}^H A_i \cdot \cos\left(\frac{2\pi J i n}{N}\right) + B_i \cdot \sin\left(\frac{2\pi J i n}{N}\right) \right\} =$$

$$C \cdot N + \sum_{i=1}^H \left\{ e^{\frac{j\pi(k-i)(N-1)}{N}} \cdot \left(\frac{A_i + jB_i}{2} \right) \cdot \left(\frac{\sin(\pi(k-ij))}{\sin\left(\frac{\pi(k-ij)}{N}\right)} \right) + \dots \right. \\ \left. e^{\frac{j\pi(k+i)(N-1)}{N}} \cdot \left(\frac{A_i - jB_i}{2} \right) \cdot \left(\frac{\sin(\pi(k+ij))}{\sin\left(\frac{\pi(k+ij)}{N}\right)} \right) \right\}.$$

Az ablakozott jel Fourier transzformáltjának n . mintája az alábbi módon számítható:

$$Y_{BH}(n) = \frac{a_2}{2} (Y(n-2) + Y(n+2)) + \frac{a_1}{2} (Y(n-1) + Y(n+1)) + a_0 Y(n).$$

A számítást itt is csak a felharmonikusok frekvenciájának környékén kell elvégezni, összesen $5(2H+1)$ helyen a frekvenciatengely mentén. Ennek az adatredukciónak az eredményeképp az algoritmus számításigénye lecsökken, az FFT számításához $N \cdot \log_2 N$, az iteratív Gauss-Newton eljárás elvégzéséhez pedig iterációnként $20H^3 + 70H^2 + 80H + 30$ műveletre van szükség, ami $H \ll N$ esetén elhanyagolható az FFT műveletigényéhez képest.

Összehasonlításra került az idő- és frekvenciatartománybeli becslők becslési hibája egy három komponensből álló multiharmonikus jel esetén ($H=3$), kvantálás és additív Gauss-zaj jelenlétében. Az egyes paraméterek szórása a két módszernél az alábbiak szerint alakult:

Parameter	C	A ₁	B ₁	A ₂	B ₂	A ₃	B ₃	J
Original method	$4.01 \cdot 10^{-5}$	$5.57 \cdot 10^{-5}$	$6.49 \cdot 10^{-5}$	$6.31 \cdot 10^{-5}$	$6.23 \cdot 10^{-5}$	$8.06 \cdot 10^{-5}$	$8.21 \cdot 10^{-5}$	$3.14 \cdot 10^{-6}$
Proposed method	$4.61 \cdot 10^{-5}$	$5.92 \cdot 10^{-5}$	$8.50 \cdot 10^{-5}$	$8.22 \cdot 10^{-5}$	$8.11 \cdot 10^{-5}$	$1.37 \cdot 10^{-4}$	$1.34 \cdot 10^{-4}$	$6.38 \cdot 10^{-6}$

A táblázat alapján látható, hogy a csökkentett mintaszám és számításigény ellenére a két becslő hasonló pontossággal tudta a jelparamétereket meghatározni. A következő kísérletben egy nem modellezett, kis amplitúdójú harmonikus torzítás is megjelent a jelen:

Parameter	C	A ₁	B ₁	A ₂	B ₂	A ₃	B ₃	J
Original method	$3.89 \cdot 10^{-5}$	$5.94 \cdot 10^{-5}$	$1.03 \cdot 10^{-4}$	$9.53 \cdot 10^{-5}$	$9.35 \cdot 10^{-5}$	$1.35 \cdot 10^{-4}$	$1.41 \cdot 10^{-4}$	$9.18 \cdot 10^{-6}$
Proposed method	$4.45 \cdot 10^{-5}$	$6.24 \cdot 10^{-5}$	$8.77 \cdot 10^{-5}$	$8.18 \cdot 10^{-5}$	$8.29 \cdot 10^{-5}$	$1.31 \cdot 10^{-4}$	$1.38 \cdot 10^{-4}$	$6.52 \cdot 10^{-6}$

Ebben az esetben a frekvenciatartománybeli becslő némely paraméter esetén már alacsonyabb bizonytalanság elérésére volt képes. Ezen felül összehasonlítottuk a futási időket különböző mintaszámokon, hogy demonstráljuk a számításigény csökkenését. A következő kísérletekben 15 harmonikus komponensből álló jelek paramétereit becsültük 5 különböző mintaszámon.

Mintaszám	50000	10000	200000	500000	1000000
Időtartomány	2.1 s	4.4 s	9.2 s	25.7 s	48.1 s
Frekvenciatartomány	0.67 s	0.69 s	0.73 s	0.76 s	0.80 s

Látható, hogy az időtartománybeli eljárásnál a futási idő majdnem lineárisan növekszik a mintaszámmal, a frekvenciatartománybeli algoritmus esetén viszont a futási idő növekedését az IpFFT hosszabb számítása okozza, azt leszámítva nem emelkedik a mintaszám növekedésével.

A bemutatott eljárás tehát képes kisebb számításigény mellett gyakorlatilag azonos pontossággal meghatározni egy multiharmonikus jel paramétereit, mint a hagyományos,

időtartománybeli eljárás. Harmonikus torzítás jelenlétében pedig képes a paramétereket kisebb szórással megbecsülni.

A hisztogramteszt feltételeinek ellenőrzése

Analóg-digitális átalakítók tesztelésére elterjedten használt eljárás az ún. hisztogram teszt. Ennek során az átalakítót ismert sűrűségfüggvényű jelalakkal gerjesztik, az átalakított kódokból hisztogramot készítenek, majd ezt összehasonlítva az elvi sűrűségfüggvénnyel a komparálási szintek becsülhetők. Elterjedten használják az eljárást szinuszos gerjesztés alkalmazásával, mivel tiszta szinuszt könnyű generálni és a becslés is egyszerűen elvégezhető.

A szinuszos hisztogramtesztet az IEEE 1241 szabványa [16] definiálja. Legyen $H(i)$ az i indexű kódban mért minták száma ($i = 0, 1, 2^b - 1$, ahol b az ADC bitszáma). Ez alapján meghatározható az úgynevezett kumulatív hisztogram:

$$H_c(j) = \sum_{i=0}^j H(i).$$

A kumulatívhisztogram alapján az átalakító komparálási szintjei az alábbi formulával határozhatók meg:

$$T(k) = C - R \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot H_c(k)}{N}\right).$$

Itt C, R és N a gerjesztő szinuszjel egyenáramú összetevőjét, amplitúdóját és a mérésben található minták számát jelölik.

A szabvány előírja, hogy a mérés során koherens mintavételezésre van szükség, tehát a szinusz periódusainak száma (J) egész számnak kell lennie, továbbá J és N relatív prímek kell legyenek. Az első esetben ugyanis a mérés torzított eredményeket fog adni, míg a második feltétel a variancia növekedését akadályozza meg. A periódusok száma függ a mintavételi frekvenciától, a jelfrekvenciától és a mintaszámától is:

$$\frac{J}{N} = \frac{f_x}{f_s}.$$

A fenti formula alapján látható, hogy a jelfrekvencia megfelelő megválasztásával (a mintavételi frekvencia általában adott) a feltétel könnyen betartható. Azonban a jel- és mintavételi frekvencia bizonytalansága miatt nem elég a koherencia feltételét névlegesen teljesíteni, és már kis elhangolás is komoly hibákhoz vezethet a komparálási szintek becslésében. A koherencia ellenőrzésére jól használható az ún. Carbone-Chiorboli feltétel [23]:

$$|\Delta J| < \frac{1}{2N}.$$

A feltételben ΔJ a periódusok számának az egész értéktől való eltérését jelöli. A feltétel betartása esetén a mérés koherensnek tekinthető, a kumulatív hisztogram varianciája ugyanis felülről korlátos lesz 0.25-tel.

A koherencia ellenőrzésének megoldására kidolgoztunk egy eljárást, mely a frekvenciatartománybeli szinuszbecslő eljárás eredményeit felhasználva képes ellenőrizni a feltételek teljesülését, és amennyiben nem felel meg a mért jel a hisztogramteszt követelményeinek, úgy képes a mérésből egy olyan részrekord meghatározására, amely már eleget tesz a szabvány előírásainak. A legkisebb négyzetes becslők statisztikai tulajdonságai alapján [24] megmutatható, hogy a becslés kovariancamátrixa az alábbi módon fejezhető ki σ szórású, additív Gauss zaj jelenlétében:

$$\Sigma = \sigma \cdot (\mathbf{J}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{J})^{-1}.$$

Így tehát a becslés során használt mátrixok segítségével becsülhető a szinuszjel paramétereinek szórása. A koherencia vizsgálata szempontjából a J paraméter szórása az érdekes, melynek elméleti értéke:

$$\sigma_J = \sqrt{\frac{6\sigma^2}{R^2\pi^2N}}.$$

A koherencia eldöntésére valószínűségi megközelítést alkalmazunk, azt szeretnénk meghatározni, hogy az adott rekord milyen valószínűséggel koherens. Az iteratív, legkisebb négyzetes becslők esetén ismert, hogy additív Gauss zaj esetén a becslő aszimptotikusan normális eloszlású, várható értéke a paraméter igazi értéke, szórása pedig a fenti kifejezéssel becsülhető [24]. Ezek alapján valószínűségi állítást tudunk megfogalmazni a koherenciára. Az alábbi valószínűség az eloszlás ismeretében meghatározható:

$$P(x, y) = P(J - y\sigma_J < \hat{J} + x\sigma_J).$$

A kifejezésben most \hat{J} a becsült periódusok száma, J pedig a valódi értéke. A formula átrendezhető a helyes értékre:

$$P(x, y) = P(\hat{J} - y\sigma_J < J < \hat{J} + x\sigma_J).$$

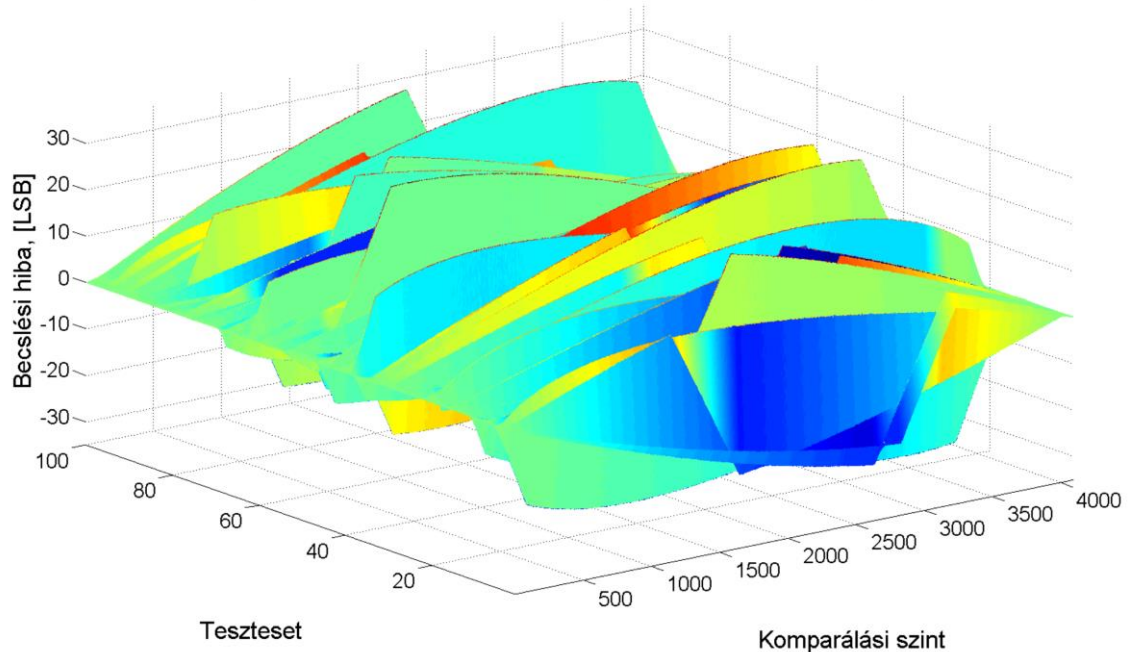
A kifejezést használva adott x, y párra meghatározható annak valószínűsége, hogy a tényleges érték a becslő adott paraméterrel jellemzett környezetében megtalálható. Ha x és y helyébe a Carbone-Chiorboli feltétel által definiált határokat rakjuk, akkor kiszámíthatóvá válik a koherencia valószínűsége az adott mérési rekordra:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_J} \left(J_0 + \frac{1}{2N} - \hat{J} \right) \\ \frac{1}{\sigma_J} \left(\hat{J} - J_0 + \frac{1}{2N} \right) \end{bmatrix}.$$

A fenti összefüggésben J_0 jelöli az egész periódusok számát az adott mérésben, tehát \hat{J} kerekített értékét. A fenti eljárást alkalmazva egyrészt azonosíthatók azok a részrekordok, melyekre teljesül a Carbone-Chiorboli féle feltétel, és egyúttal a relatív prím feltétel is. Kidolgoztunk egy eljárást, mely elemezi a rekordot a felhasználó számára, és javaslatot tesz több különböző részrekordra (ezek között az eredeti mérés is szerepelhet teljes egészében), melyek közül a felhasználó választhat, céljainak és pontossági követelményeinek megfelelően.

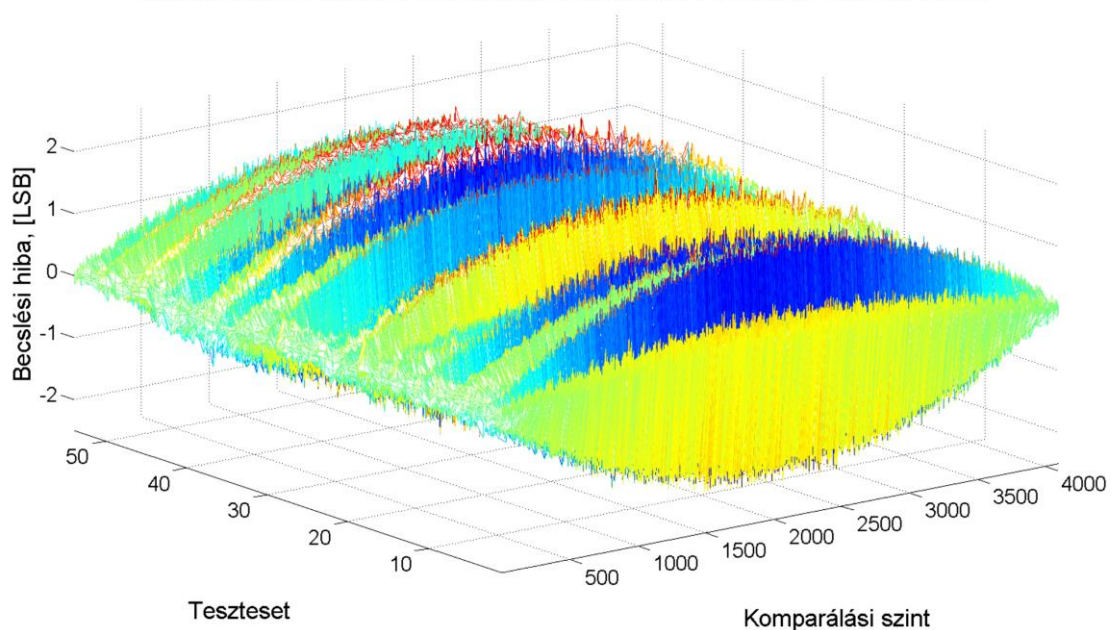
A következő két ábra 100 különböző, véletlen fázisú és 0.5% frekvenciahibájú szinuszjel gerjesztéssel végzett hisztogramteszt becslési hibáját ábrázolja egy 12 bites ADC esetén. Az első ábrán a becslési hibát abban az esetben ábrázolja, amikor nem foglalkoztunk azzal, hogy a periódusok száma nem egész. Látható, hogy ekkor 20-30 LSB (kódszélesség) becslési hiba is előfordulhat.

A komparálási szintek becslésének hibája nem koherens szinuszjel esetén



A következő ábrán a becslési hiba látható abban az esetben, amikor a javasolt eljárással a bemeneti jelet csonkoltuk, és a hisztogramtesztet a koherens jelszakaszra végeztük el.

A komparálási szintek becslésének hibája koherensre csonkolt szinuszjel esetén



Ekkor a komparálási szintek becslésének hibája sehol nem haladja meg a 2 LSB-t.

A szinuszos hisztogramteszt módosított változata

A szabvány által definiált szinuszos hisztogramteszt eljárásban a komparálási szinteket az alábbi módon becsülhetjük a kumulatív hisztogram és a szinusz paramétereinek ismeretében:

$$T(k) = C - R \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot H_c(k)}{N}\right).$$

Ez a modell implicit módon feltételezi, hogy koherensen mintavételeztük a szinuszjelet, tehát csupán az átalakító hibái befolyásolják a hisztogram alakját és annak eltéréseit a szinusz sűrűségfüggvényétől. Ez a feltételezés azonban helytelen, mivel nem koherens mintavételezés esetén a jel végén található egy tört periódus, mely torzítja a hisztogramot. Ezáltal még egy ideális A/D átalakító esetén úgy tűnne a teszt elvégzése után, hogy a kódszélességek nem egyenletesek.

Kidolgoztunk egy eljárást, amely a szabvány által javasolt eljárással szemben képes a mért jel valódi hisztogramjának figyelembevételére, ezáltal a nem teljesen koherens mintavételezésből adódó torzítások a komparálási szintek becslésében kiküszöbölhetők a módszer alkalmazásával.

A javasolt eljárás alapja, hogy megbecsüljük a szinuszjel fázishelyzeteit, majd ez alapján felépítjük a valódi hisztogramot. Ehhez elsőlépésként szükség van egy négyparaméteres szinuszbecslő eljárásra, amely a szinusz négy paraméterének (A, B, C, J) értékét szolgáltatja. Ezek felhasználásával a φ_0 kezdőfázis és a k indexű minta φ_k fázisa az alábbi alakban becsülhető meg:

$$\varphi_k = \varphi_0 + 2\pi Jk.$$

Ezután a $[0, 2\pi]$ tartományba kell transzformáljuk a fázisokat:

$$\alpha[k] = \text{mod}(\varphi_k, 2\pi),$$

majd a koszinuszfüggvény π -periodicitása miatt a $[0, \pi]$ tartományba transzformáljuk a mintákat, a szögek koszinuszának megváltoztatása nélkül:

$$\beta[k] = \begin{cases} \alpha[k], & \alpha[k] \leq \pi, \\ 2\pi - \alpha[k], & \alpha[k] > \pi. \end{cases}$$

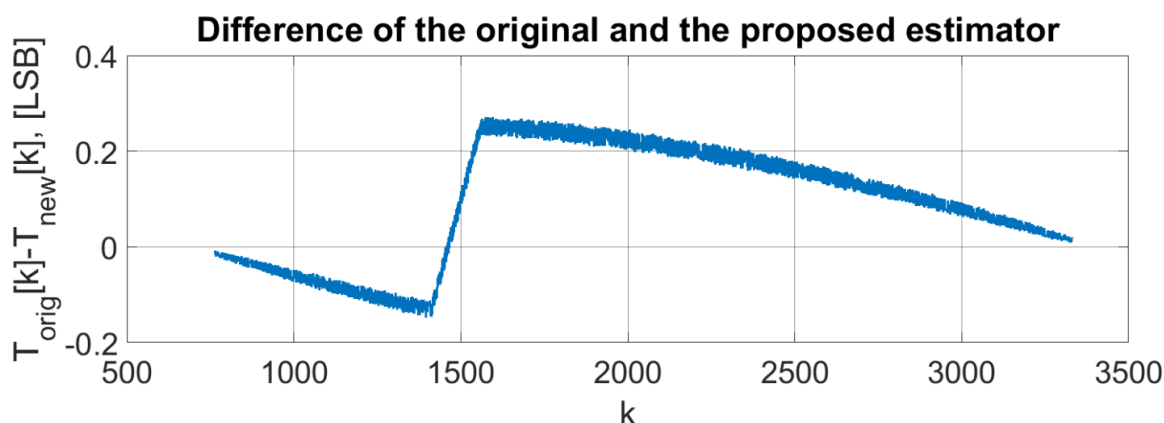
A β_k fázisok ismeretében a komparálási szintek az alábbi módon becsülhetők:

$$\gamma[k] = \frac{\beta[H_c[k]] + \beta[H_c[k + 1]]}{2},$$

$$T(k) = C + \sqrt{A^2 + B^2} \cdot \cos(\gamma[k]).$$

A fenti módszer tehát a valódi fázishely becslésével és annak felhasználásával határozza meg a komparálási szinteket, ezáltal a nem koherens mintavétel torzító hatása megszüntethető. Az algoritmus demonstrálására elvégeztünk egy mérést $N = 1000000$ minta felhasználásával egy NI 9201 ADC eszközön. Az eszköz mintavételi frekvenciája $f_s = 100 \text{ kHz}$, a jelfrekvenciát $f_x = 18.7 \text{ Hz}$ -re állítottuk, így a periódusok száma elvileg $J_0 = 187$ volna, mely teljesíti a relatív prím feltételt. Megbecsültük a mért jel paramétereit, a periódusok

számának becsült értéke $\hat{f} = 186.9808$, ami már nem teljesíti a Carbone-Chiorboli feltételt. A komparálási szinteket megbecsültük az eredeti és az általunk javasolt eljárást is alkalmazva:



Az ábra a becsült eredmények eltérését mutatja, az ábra alakja tipikusnak mondható azokban az esetekben, amikor a hibát a nem koherens mintavétel okozza: a tört periódus mintái a kódok egy részében megjelennek, melytől ezek a kódok szélesebbnek tűnnek, más kódok pedig keskenyebbnek, mivel oda kevesebb számú minta jutott. Az általunk javasolt eljárás képes ezt a hibaforrást kompenzálni a teszteredményekben.

Kvantált adatokon alapuló paraméterbecslési eljárások minősítő vizsgálata

Jelen kutatómunka legfőbb célja, hogy vizsgálja, minősítse és javítsa az analóg digitális átalakítók (A/D-átalakítók) tesztelésére szolgáló eljárásokat. Ezt egyfelől ösztönzi az, hogy az analóg-digitális átalakítás kulcsfontosságú számos beágyazott és mérőrendszerben, másfelől a konverterek tulajdonságai továbbra is felvetnek olyan elméleti és gyakorlati kérdéseket, amelyek a tesztelési eljárást közvetlenül érintik. Az A/D-átalakítás elméleti alapjai - az ideális mintavételezés és ideális kvantálás elmélete - stabilak és széles körben ismertek. Az ideális mintavételezést a Nyquist-Shannon tétel segítségével írhatjuk le [25][26], míg az ideális kvantálás elméletét több könyv és szakkikk alapozta meg például [27], [28] vagy [29]. Mindazonáltal a valódi analóg-digitális átalakítók vizsgálatakor ezek az alapok nem elegendők, részben nem is használhatóak, részben csak kiindulásként szolgálnak. Az analóg-digitális átalakító áramkörök vizsgálata jóval szélesebb látókört kíván. Ebbe beleértendő a mérési eljárás (gerjesztőjel, mintavételezés, stb.) körültekintő megtervezése, valamint a jelfeldolgozási algoritmusok tervezése és implementációja, ami biztosítja a vizsgált A/D konverter minőségi mérőszámainak helyes - szabványos, illetve a szabványon túlmutató eljárások szerinti - kiszámítását. A szabványon túli eljárások, illetve azok [4]-ben javasolt módosításai szerintünk szintén szabványosíthatók, sőt, érdemes volna szabványosítani őket. [4] áttekinti a szabványos A/D-tesztelési eljárásokat, azonban egy - egyelőre - nem szabványos eljárásra koncentrálna: az átalakító és a vizsgálójel paramétereinek maximum likelihood (ML) alapú becslésével. A dolgozatban bemutatott kutatómunkának három fő célja van. Az első cél meghatározni a becslők pontosságának elméleti korlátait. Mivel az ML becslés egyik legfontosabb komparatív előnye a konzisztencia és hatásosság, fontos tudni,

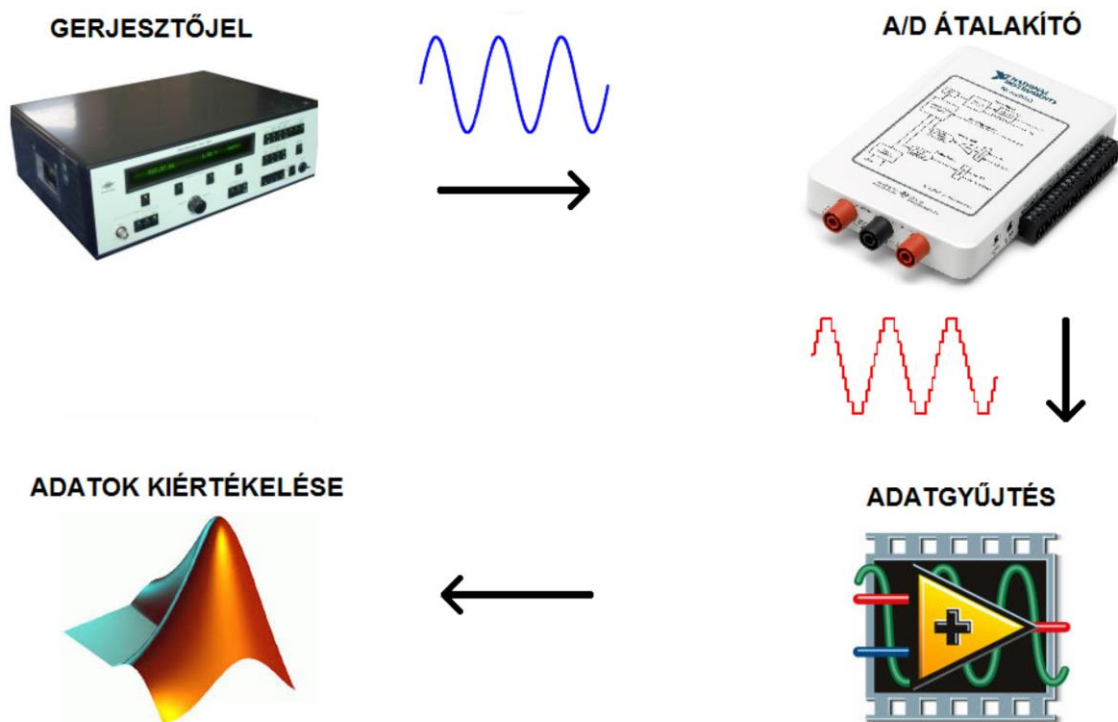
mik a pontosság határai (kovariancia, illetve átlagos négyzetes hiba tekintetében). A vizsgálatok második célja a becslés paraméterterének csökkentése. Mivel a maximum likelihood becslés megvalósítására kifejlesztett modell valamennyi kódváltási szintet tartalmazza (egy N -bités kvantáló kódváltási szintjeinek száma $2^N - 1$), a megbecsülendő paraméterek száma a 2^N nagyságrendjébe esik (ez a szám $2^N + 4$ vagy $2^N + 5$ attól függően, hogy az apertúra jitter külön paraméter-e a modellben vagy sem). Ezenfelül egy kódváltási szint kevéssé befolyásolja a mérési rekord globális képét, ezért az egyes kódváltási szintek becslése általában igen bizonytalan köszönhetően annak, hogy a likelihood függvény kevéssé érzékeny az egyes kódváltási szintekre. A kvantáló nemidealitásainak paraméterezésével az átalakító statikus transzferkarakterisztikája vonatkozó információ tömöríthető [10]. A mérési rekord szempontjából releváns információ az integrális nemlinearitás (INL) görbe globális alakja, amely kevesebb paraméterrel is jó hatásfokkal approximálható - úgy, hogy a paraméterek száma nem függ az átalakító bitszámától. Jelen kutatómunka megpróbálta számba venni a lehetőségeket és igyekezett megfelelő megoldásokat javasolni a kvantálók nemidealitásának approximálására, hogy a ML becslés paraméterterét számottevően csökkenteni lehessen. Az INL görbe approximálásával végzett ML becslést AML (approximate maximum likelihood estimation) neveztük el. A kutatómunka harmadik célja a modell kiterjesztése volt, hogy a mintavételezés bizonytalanságát (apertúra jitter) helyesen kezelje és a jitter nagyságát - mint paramétert - becsülje [9]. Számos esetben az apertúra jitter igen kicsi és az additív zajhoz képest elhanyagolható. Mégis vannak olyan esetek (főként gyorsan változó jelek rögzítésekor), amikor az apertúra jitter hatása kellően nagy ahhoz, hogy külön kezeljük és nagyságát becsüljük. A harmadik fő kérdés, amire [4] fókuszál, a jitter kezelésének és becslésének helyes módja: ennek keretében igyekeztünk összehasonlítani az eredeti és a kibővített modell segítségével kapott becslési eredményeket.

Az A/D tesztelés céljából végrehajtott mérések célja, hogy az analóg-digitális átalakítót szinuszos vizsgálójellel gerjesztve megvizsgálja a tesztelt áramkör választát, ami nem más, mint a digitális mérési rekord. A gerjesztőjel szükségképpen zajos és tartalmazhat harmonikus komponenseket is, de a nemidealitásoktól eltekintve szinuszosnak kell lennie. A becslés alapjául szolgáló modell általánosítható tetszőleges sávkorlátozott periodikus jelre. Mindazonáltal a gyakorlatban ritkán kifizetődő multiharmonikus jeleket alkalmazni gerjesztőjelként, mert a szándékosan hozzáadott illetve a harmonikus torzítás miatt megjelenő felharmonikus komponensek nehezen elválaszthatók a mérési rekord vizsgálatával. A vizsgált A/D-átalakító, illetve a mérőjel paramétereit egy valószínűségi megközelítést alkalmazó becslési eljárás, a maximum likelihood becslés segítségével becsüljük. Az így kapott becslők segítségével az A/D átalakítók fontos (statikus és dinamikus) minőségi mérőszámai meghatározhatók:

- Integrális nemlinearitás (INL)
- Differenciális nemlinearitás (DNL)
- Effektív bitszám (ENOB)
- Jel és a zaj + torzítás viszonya (SINAD)
- Zavarmentes dinamikataromány (SFDR)

- Az apertúra jitter effektív értéke

A mérési elrendezés a következő ábrán látható:



A kvantáló és vizsgálójele paramétereinek becslésére Balogh és munkatársai [30] a következő modellt dolgozták ki. A kvantáló a kódváltási szintjeivel írható le. A k -adik kódváltási szint (T_k) az az egyenfeszültség, amelyet a bemenetre adva 50% valószínűséggel $k - 1$, szintén 50% valószínűséggel k kódot kapunk kimenetként. A b -bites kvantáló 0 és $2^b - 1$ közötti digitális kódokat ad ki, és $2^b - 1$ kódváltási szinttel rendelkezik. A redukált átalakítási tartomány (reduced full scale, RFS) a T_1 és T_{2^b-1} kódváltási szintek közötti feszültségtartomány. A legfelső kódváltási szintet meghaladó feszültségek $2^b - 1$ kódot, a legalsó komparálási szint alatti feszültségek 0 kódot eredményeznek az A/D-átalakító kimenetén. A kvantálás a $q(x)$ függvénnyel írható le, ahol

$$q(x) = \begin{cases} 0, & x < T_1 \\ m, & T_m \leq x < T_{m+1} \\ 2^N - 1, & T_{2^N-1} < x \end{cases}$$

A szinuszos gerjesztőjel 4 paraméterrel írható le:

$$x(t) = A \cdot \cos(2\pi ft) + B \cdot \sin(2\pi ft) + C ,$$

ahol A a koszinuszos tag együtthatója, B a szinuszos tag együtthatója és C jelöli a jel egyenkomponensét. A mérőjel frekvenciája f . Az elektronikus eszközök zaját, illetve a környezeti zavarokat egy a mérőjelre szuperponált additív zaj modellezi. A leginkább kézenfekvő választás normális eloszlású fehér zajt feltételezni 0 középpértékkel és σ szórással. Az additív zaj realizációját jelölje $n(t)$. Mivel a modell szerint a zaj fehér

(teljesítménysűrűség spektruma egyenletes), $n(\tau_1)$ és $n(\tau_2)$ zajminták pontosan akkor függetlenek egymástól, ha $\tau_1 \neq \tau_2$.

A zajos szinuszelet az A/D mintavételezi és kvantálja (e műveletek sorrendje felcserélhető), így az A/D átalakító kimenete a következőképpen írható le:

$$y[k] = q(x(t_k) + n(t_k))$$

ahol a k -adik mintavételi időpontot t_k jelöli ($k = 1..N$). A modell paraméterei a következők:

- A kvantáló kódváltási szintjei: $T_1, T_2, \dots, T_{2^b-1}$
- A gerjesztőjel koszinuszos tagjának együtthatója: A
- A gerjesztőjel szinuszos tagjának együtthatója: B
- A gerjesztőjel egyenkomponense: C
- A gerjesztőjel frekvenciája: f
- A gerjesztőjelre szuperponált additív zaj szórása: σ

Mivel a mintavételezés ebben a modellben ideális és ekvidisztáns, azaz $t_k = t_{k,ideal} = k \cdot T_s$, a gerjesztőjel frekvenciája felírható a mintavételi frekvenciára normált körfrekvencia segítségével:

$$\Theta = \omega T_s = \frac{2\pi f}{f_s},$$

ahol ω a gerjesztőjel körfrekvenciája, T_s jelöli a mintavételi időt, f_s pedig a mintavételi frekvenciát. Ekkor

$$x[k] = x(t_k) = x(k \cdot T_s) = A \cdot \cos(k\Theta) + B \cdot \sin(k\Theta) + C.$$

A becsléssel meghatározandó paraméterekből összeállított vektor az alábbi módon írható fel:

$$\mathbf{p}^T = [A \ B \ C \ \Theta \ \sigma \ T_1 \ T_2 \ \dots \ T_{2^b-1}].$$

Fontos megjegyezni, hogy az eredeti modell [16] elhanyagolja a mintavételezés bizonytalanságát. Mindazonáltal ez a modell kibővíthető úgy, hogy kezelje az apertúra jitter jelenségét és becsülje annak nagyságát. Ebben kibővített modellben az additív zaj szórását σ_v -vel jelöljük, és egy további paraméter bevezetésre kerül: a mintavételezés bizonytalanságának szórását σ_t jelöli [9].

A paraméterek „valószínűségének” (likelihood) kifejezéséhez be kell vezetni egy diszkrét valószínűségi változókból álló vektort, amit jelöljön \mathbf{Y} . A vektor k -adik eleme ($Y[k]$) a mérési rekord k -adik eleméhez tartozik és 2^b különféle értéket vehet fel: bármelyik kimeneti kód értékét felveheti egy adott valószínűséggel. Ennek megfelelően:

$$\sum_{l=0}^{2^b-1} P[Y[k] = l] = 1.$$

Ezek a valószínűségek a mérőjel, a zaj és a kvantáló paramétereitől függenek: azt mutatják meg, hogy a zajos mérőjel k -adik mintája mekkora valószínűséggel esik az l -edik kód binbe.

A Gauss-zajmodellnek köszönhetően a matematikai leíráshoz szükségünk lesz az error function (erf) függvényre.

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} e^{-z} dz,$$

$$P(Y[k] = 0) = \frac{1}{2} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{T_1 - x[k]}{\sigma\sqrt{2}} \right) + 1 \right],$$

$$P(Y[k] = 2^b - 1) = \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{T_{2^b-1} - x[k]}{\sigma\sqrt{2}} \right) \right],$$

$$P(Y[k] = l) = \frac{1}{2} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{T_{l+1} - x[k]}{\sigma\sqrt{2}} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{T_l - x[k]}{\sigma\sqrt{2}} \right) \right].$$

Itt $l = 1 \dots 2^N - 2$. Hogy elkerüljük a három különböző eset elágazását a valószínűségek (így később a likelihood függvény) kiszámításánál, célszerű definiálni két virtuális kódváltási szintet: vezessük be a 0-dik és a 2^b -edik komparálási szintet, ezek értékei legyenek $T_0 = -\infty$ és $T_{2^b} = +\infty$. Így az $Y[k]$ eloszlása egyetlen egyenlet segítségével meghatározható:

$$P(Y[k] = l) = \frac{1}{2} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{T_{l+1} - x[k]}{\sigma\sqrt{2}} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{T_l - x[k]}{\sigma\sqrt{2}} \right) \right].$$

A mérési rekord, mint N egymást követő megfigyelés együttes sűrűségfüggvénye (likelihood függvénye):

$$L(\mathbf{p}) = \prod_{k=1}^N P[Y[k] = y[k]],$$

ahol $y[k]$ a mérési rekord k -adik mintája. Az utóbi két összefüggés felhasználásával a likelihood függvény kifejezhető így:

$$L(\mathbf{p}) = \prod_{k=1}^M \frac{1}{2} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{T_{y[k]+1} - x[k]}{\sigma\sqrt{2}} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{T_{y[k]} - x[k]}{\sigma\sqrt{2}} \right) \right].$$

A későbbi számításokhoz érdemes bevezetni a negatív log-likelihood függvényt, amely egyben a becslés költségfüggvénye is (a likelihood függvény maximumhelye a költségfüggvény minimumhelye).

$$CF(\mathbf{p}) = -\ln L(\mathbf{p}) = N \cdot \ln 2 - \sum_{k=1}^N \ln \left[\operatorname{erf} \left(\frac{T_{y[k]+1} - x[k]}{\sigma\sqrt{2}} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{T_{y[k]} - x[k]}{\sigma\sqrt{2}} \right) \right].$$

A becslési feladat célja megtalálni a költségfüggvény szélsőérték helyét, így megkapni a vizsgált A/D átalakító és mérőjele paramétereinek maximum likelihood becslőit:

$$\hat{\mathbf{p}}_{ML}^T = [\hat{A}_{ML} \hat{B}_{ML} \hat{C}_{ML} \hat{f}_{ML} \hat{\Theta}_{ML} \hat{\sigma}_{ML} \hat{T}_{1,ML} \hat{T}_{2,ML} \dots \hat{T}_{2^b-1,ML}].$$

Fontos megjegyezni, hogy ha a modellt kiterjesztjük úgy, hogy az aperture jitter szórását is becsülje, akkor a paramétervektor egy további elemmel bővül. Ekkor a ML becslőkből álló vektor az következő:

$$\hat{\mathbf{p}}_{ML}^T = [\hat{A}_{ML} \hat{B}_{ML} \hat{C}_{ML} \hat{f}_{ML} \hat{\Theta}_{ML} \hat{\sigma}_{v,ML} \hat{\sigma}_{t,ML} \hat{T}_{1,ML} \hat{T}_{2,ML} \dots \hat{T}_{2^b-1,ML}].$$

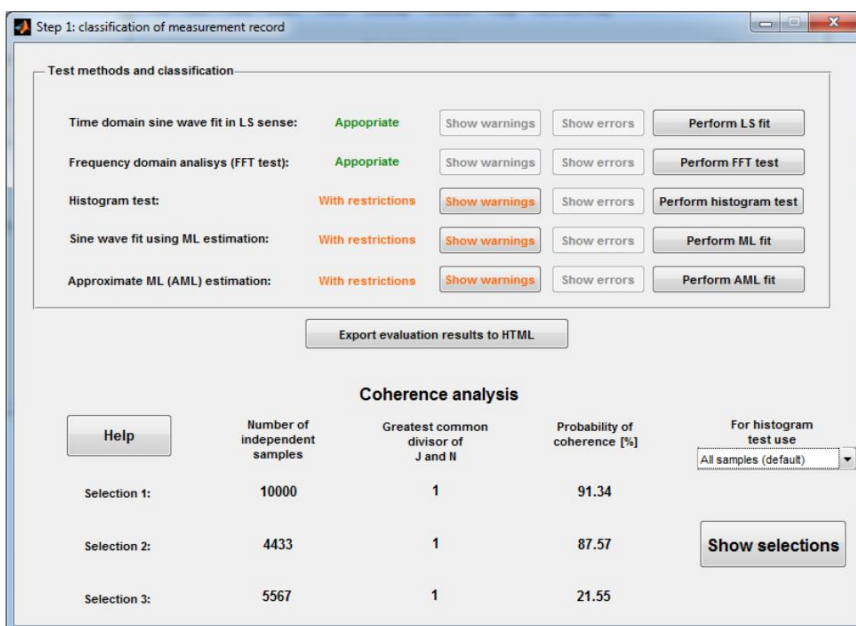
MATLAB toolbox A/D átalakítók tesztelésére és szinusz paramétereinek becslésére

Az ötlet, hogy A/D átalakítók tesztelését támogató toolboxot fejlesszünk MATLAB környezetben, a 2000-es évekre nyúlik vissza. A jelenlegi program elődjén Kollár István, Márkus János, Bilau Tamás, Sárhegyi Attila és Balogh László dolgoztak. 2012-ben Virosztek Tamás teljes egészében újraírta a toolboxot, mindössze a 4-paraméteres időtartománybeli legkisebb négyzetes szinuszillesztő algoritmust tartotta meg, amelyre [16] hivatkozik is. Az új toolbox megtartotta az „ADCTest” elnevezést, a verziók számozása pedig 4.0-tól kezdődött, hogy ne ütközzön a korábbi toolbox verziószámaival [1]. A kutatási periódus alatt a 4.4, 4.5 és 4.6 frissítések kerültek kiadásra. A program főbb funkciói a következők:

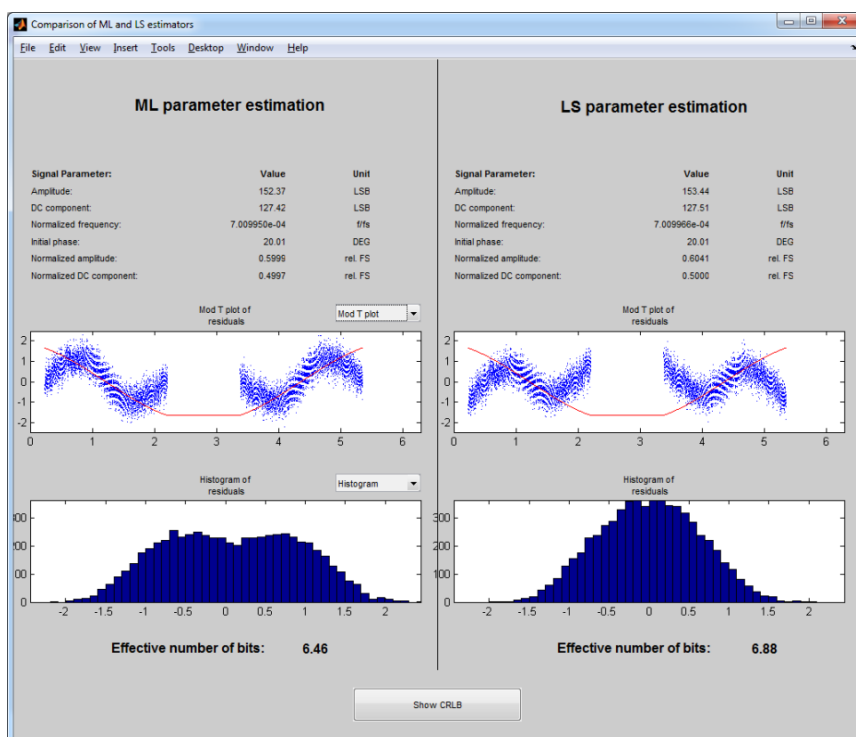
- Mérésleírók kezelése
 - Új mérésleírók létrehozása
 - Mérésleírók szerkesztése
 - Új szimulált mérési rekord készítése
 - Mérésleírók mentése .mat fájllokba vagy platformfüggetlen .xml fájllokba
- Mérési rekordok minősítése: a betöltött, megszerkesztett, vagy újonnan létrehozott mérési rekordok többféleképpen is kiértékelhetőek. Mindazonáltal nem mindegyik rekord alkalmas arra, hogy mindenféle módon kiértékeljék. Feldolgozás előtt a mérési rekord minősítést kap, hogy alkalmas-e az adott szempontból történő kiértékelésre vagy sem. A program főablakának alján található a „Classify and process measurement record” nyomógomb, melyet megnyomva a mérési rekord minősítő felülete jelenik meg. Ebben a párbeszédablakban jellennek meg a mérési rekord minősítései a következő tesztelési módszerekre vonatkozóan:
 - Négyparaméteres legkisebb négyzetes (LS) szinuszillesztés
 - Az A/D átalakító és vizsgálójele paramétereinek maximum likelihood becslése
 - Az A/D átalakító és vizsgálójele paramétereinek közelítő maximum likelihood (AML) becslése
 - Hisztogram teszt szinuszos gerjesztőjellel
 - FFT teszt

A mérési rekord minősítése egy adott tesztelési módszerre vonatkozóan lehet

- Alkalmas
- Alkalmas, de megkötésekkel
- Alkalmatlan



Ha a mérési rekord alkalmas arra (megkötésekkel vagy azok nélkül), hogy egy adott módszer szerinti tesztelést hajtsunk végre rajta, akkor a kiértékelő algoritmus egy nyomógombbal elindítható. Az időtartománybeli szinuszillesztés esetén - amely különböző kritériumok szerint hajtható végre, például legkisebb négyzetes értelemben vagy ML becslés eredményeképpen - a különböző módon kapott teszteredmények összehasonlíthatók.



A MATLAB implementáció ingyenesen hozzáférhető, open-source szoftver. A program regisztráció nélkül is letölthető, de a felhasználók opcionálisan regisztrálhatnak is (így például automatikusan értesülnek a frissítésekről). Jelenleg 30-nál több regisztrált felhasználónk van a világ több mint 10 országából.

A munkatervben vállalt ellenőrizhető követelmények teljesülése

Az alábbiakban áttekintést adunk a munkatervben vállalt ellenőrizhető követelményekről, és bemutatjuk azok teljesülését.

1. periódus: 2015.09.01-2016.08.31.

Vállalások:

- a) A fent részletezett eredményekről 3 konferenciacikket írunk, melyeket a nemzetközi közösség előtt előadunk és megvitatunk.
- b) Frissítjük és folyamatosan üzemeltetjük az angol nyelvű weboldalt a kapcsolódó programok és információk közzétételére.
- c) Pálfi Vilmos benyújtja és megvédi PhD értekezését. Az értekezés mindenkori aktuális állapota a <http://mit.bme.hu/~palfi/disszertacio> oldalon megtekinthető.
- d) Renczes Balázs megszerzi a doktoranduszi abszolutóriumot.

Eredmények:

- a) A 3 konferenciacikk helyett 2 folyóiratcikket ([5][6]) és 1 konferenciacikket ([13]) írtunk ebben a periódusban
- b) A projekt honlapja a következő címen érhető el: <http://www.mit.bme.hu/projects/adctest/>
A toolbox kutatási periódus végi legfrissebb verziója a 4.3-as számú, amely 2015. november 25-én (azaz a pályázatunk ideje előtt) került fel a honlapra. A honlapon – nem kötelező jelleggel – regisztrálhatnak a felhasználók, ami segít bennünket a szoftver támogatásában, illetve őket abban, hogy kéréseket tegyenek fel. 2015.09.01 és 2016.08.31 között 21 felhasználó regisztrált a világ 8 országából (a legtöbben az Egyesült Államokból, Kínából és Indiából). A pályázat első periódusában 5 felhasználó fordult hozzánk technikai segítségért, amit – a visszajelzések alapján – jó színvonalon nyújtottunk. A toolbox forráskódját a korszerűnek megfelelően a GitHub-on is közzétettük 2015 októberében: <https://github.com/BME-DMIS/adctest>
- c) Pálfi Vilmos 2015. november 13-án summa cum laude minősítéssel megvédte PhD értekezését. A fokozatot a BME Villamosmérnöki és Informatikai Kar Doktori Tanácsa 2015. november 26-án ítélte oda.
- d) Renczes Balázs doktori tanulmányainak státusza "Aktív"-ról "Abszolvál"-ra változott 2015. július 15-én.

Az ígért eredményeken túl Csuka Barna írt egy konferenciacikket, melyet előadott a Kassai "26th Conference Radioelektronika" konferencián [12].

2. periódus: 2016.09.01-2017.08.31.

Vállalások:

- a) A kutatás során eddig feltárt eredményekből 3 konferenciacikket és egy folyóiratcikket írunk és benyújtunk.
- b) A Matlab és Labview programok aktuális változatát közzétesszük, és felkérjük a nemzetközi közösséget arra, hogy használják.
- c) Renczes Balázs megfogalmaz két tézist, melyek alapján értekezést készít majd, és megkezdi az értekezés megírását.
- d) Virosztek Tamás megszerzi a doktoranduszi abszolutóriumot; megfogalmaz legalább egy tézist, mely alapján értekezést készít majd, és megkezdi az értekezés megírását.

Eredmények:

- a) A 3 konferenciacikk és 1 folyóiratcikk helyett 2 folyóiratcikket ([7][10]) és 1 konferenciacikket ([14]) írtunk a második periódusban.
- b) A projekt honlapja a következő címen érhető el: <http://www.mit.bme.hu/projects/adctest>
A toolbox jelenleg a második kutatási periódus végén a 4.6-os verziónál tartott, amely 2017 március 29-én vált ingyen hozzáférhetővé a nyilvánosság számára. Opcionálisan lehetőség van a letöltéskor a felhasználóknak regisztrálni magukat. Az előző évhez hasonlóan ebben a periódusban is 20 feletti számú felhasználói regisztráció érkezett. A toolbox forráskódja GitHub-on is szabadon hozzáférhető a kor szellemének megfelelően:
<https://github.com/BME-DMIS/adctest>
- c) Renczes Balázs 2017. június 30-án summa cum laude minősítéssel megvédte PhD értekezését. A fokozatot a BME Villamosmérnöki és Informatikai Kar Doktori Tanácsa 2017. szeptember 28-án ítélte oda.
- d) Virosztek Tamás doktori tanulmányainak státusza a kutatási periódus folyamán „Aktív”-ról „Abszolvál”-ra változott, disszertációjának első változatát a kutatási periódus során elkészítette, melyben 3 tézispontot megfogalmazott.

3. periódus: 2017.09.01-2018.08.31.

Vállalások:

- a) Az eddig elért eredményekből legalább három konferenciacikket és egy folyóiratcikket megírunk és benyújtunk.
- b) Renczes Balázs benyújtja PhD értekezését.
- c) Virosztek Tamás elkészíti PhD értekezésének legalább 50%-át.

Eredmények:

- a) A 3 konferenciacikk és 1 folyóiratcikk helyett 1 konferenciacikket ([15]) és 2 folyóiratcikket ([8][9]) írtunk a harmadik periódusban.
- b) Renczes Balázs 2017. június 30-án sikeresen megvédte PhD értekezését. A fokozat odaítéléséről az Egyetemi Habilitációs Bizottság és Doktori Tanács 2017. szeptember 28-án döntött.
- c) Virosztek Tamás 2018. május 29-én sikeresen megvédte PhD értekezését. A fokozat odaítéléséről az Egyetemi Habilitációs Bizottság és Doktori Tanács 2018. június 28-án döntött.

Kérelmünket elfogadva a kutatási periódus 2018. december 31-ig meghosszabbításra került. Ez alatt az időszak alatt egy újabb folyóiratcikk született [11].

Projektoldal

- [1] I. Kollár, V. Pálfi, B. Renczes, T. Virosztek, L. Balogh, J. Márkus, A. Sárhegyi, T. Bilau, „ADCTest Project Site”
Link: <http://www.mit.bme.hu/projects/adctest>

Disszertációk

- [2] V. Pálfi, „Analog-digitalis átalakítók hatásos tesztelése a szinuszos gerjesztőjel paramétereit becsülő eljárással”, Doktori értekezés, 2015
Link: <https://doktori.hu/index.php?menuid=193&lang=HU&vid=15151>
- [3] B. Renczes, „Numerical Problems of Sine Fitting Algorithms”, Doktori értekezés, 2017
Link: <https://doktori.hu/index.php?menuid=193&lang=HU&vid=17455>
- [4] T. Virosztek, „Qualifying examination of parameter estimation methods based on quantized data”, Doktori értekezés, 2018
Link: <https://doktori.hu/index.php?menuid=193&lang=HU&vid=18608>

Folyóiratcikkek

- [5] B. Renczes, I. Kollár, A. Moschitta, P. Carbone, “Numerical Optimization Problems of Sine Wave Fitting Algorithms in the Presence of Roundoff Errors”, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 65, no. 8, pp. 1785-1795, 2016, doi: 10.1109/TIM.2016.2562218
- [6] V. Pálfi, T. Virosztek, I. Kollár, „Full information ADC test procedures using sinusoidal excitation, implemented in MATLAB and LabView”, *ACTA IMEKO 4 (3)*, pp. 4-13, 2015, doi: 10.21014/acta_imeko.v4i3.257

- [7] B. Renczes, I. Kollár, T. Dabóczy, “Efficient Implementation of Least Squares Sine Fitting Algorithms”, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 65, no. 12., pp. 2717-2724, 2016, doi: 10.1109/TIM.2016.2600998
- [8] B. Renczes, „Accurate Floating-Point Argument Calculation for Sine-Fitting Algorithms”, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 66, no. 11, pp. 2988-2996, 2017, doi: 10.1109/TIM.2017.2729358
- [9] T. Viroztek, “Maximum Likelihood Estimation of Aperture Jitter Using Sinusoidal Excitation”, *Measurement*, vol. 115, pp. 95-103, 2018, doi: 10.1016/j.measurement.2017.04.020
- [10] T. Viroztek, I. Kollár, “Parameterization of nonideal quantizers for simultaneous estimation of quantizer and excitation signal parameters”, in *MEASUREMENT III*: pp. 412-419, 2017, doi: [10.1016/j.measurement.2017.04.020](https://doi.org/10.1016/j.measurement.2017.04.020)
- [11] V. Pálfi, “An Improved Sine Wave Histogram Test Method for ADC Characterization”, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* (Early Access), doi: 10.1109/TIM.2018.2878593

Konferenciatickek

- [12] B. Csuka, I. Kollár, Zs. Kollár, M. Kovács, „Comparison of signal processing methods for calculating point-by-point Discrete Fourier Transforms”, *Proceedings of 26th International Conference Radioelektronika*, pp. 217-221., 2016
- [13] T. Viroztek, I. Kollár “Parametrization of Nonlinearity for Efficient Estimation in ADC Testing”, *21st IMEKO TC4 International Symposium & 19th International Workshop on ADC Modelling and Testing*, Budapest, Magyarország, 2016. Szeptember 7-9.
- [14] B. Renczes, V. Pálfi, “Improving the Conditioning of Maximum Likelihood Sine Wave Fitting”, *22nd IMEKO TC4 International Symposium & 20th International Workshop on ADC Modelling and Testing Supporting World Development through Electrical&Electronic Measurements*, Iasi, Románia, 2017. Szeptember 14-15.
- [15] V. Pálfi, B. Renczes “A novel frequency domain periodic signal estimator”, *IMEKO XXII World Congress: Knowledge through Measurement*, Belfast, Észak-Írország, 2018. szeptember 3-6, Paper 286, 4 p.

Külső hivatkozások

- [16] „IEEE Standard for Terminology and Test Methods for Analog-to-Digital Converters,” in *IEEE Std 1241-2010 (Revision of IEEE Std 1241-2000)*, vol., no., pp.1-139, 14 Jan. 2011, doi: 10.1109/IEEESTD.2011.5692956
- [17] W. Kahan, „Further remarks on reducing truncation errors”, *Commun. ACM*, vol. 8, no. 1, p. 40, 1965, doi: 10.1145/363707.363723
- [18] G. Allaire, S. M. Kaber, „Numerical Linear Algebra”, *Springer*, New York, USA, 2008, doi: 10.1007/978-0-387-68918-0

- [19] R. Li, "Relative perturbation theory: I. Eigenvalue and singular value variations." *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications* vol. 19, No. 4, pp. 956-982, 1998, doi: 10.1137/S089547989629849X
- [20] K. Chen, Y. Xue, "Improving four-parameter sine wave fitting by normalization", *Computer Standards and Interfaces*, vol. 29, pp. 184-190, 2007, doi: 10.1016/j.csi.2006.05.005
- [21] F. J. Harris, "On the use of windows for harmonic analysis with the discrete Fourier transform," in *Proceedings of the IEEE*, vol. 66, no. 1, pp. 51-83, Jan. 1978. doi: 10.1109/PROC.1978.10837
- [22] A. van den Bos, Adriaan, „Parameter estimation for scientists and engineers”, *John Wiley & Sons*, 2007.
- [23] P. Carbone and G. Chiorboli. ADC sinewave histogram testing with quasi-coherent sampling. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 50(4):949-953, 2001.
- [24] R. I. Jennrich, „Asymptotic properties of non-linear least squares estimators”, *The Annals of Mathematical Statistics*, 40(2):pp. 633-643, 1969.
- [25] H. Nyquist, „Certain topics in telegraph transmission theory”, *Trans. AIEE*, 47(1):617-644, April 1928.
- [26] C. E. Shannon, „A mathematical theory of communication”, *Bell System Technical Journal*, 27(3):379-423, July 1948.
- [27] B. Widrow, „A study of rough amplitude quantization by means of the Nyquist sampling theory”, *Department of Electrical Engineering*, MIT, 1956.
- [28] B. Widrow, I. Kollár, and M. C. Liu, „Statistical theory of quantization”, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 45(2):353-361, April 1996.
- [29] B. Widrow and I. Kollár, „Quantization Noise: Roundoff Error in Digital Computation, Signal Processing, Control, and Communications”, *Cambridge University Press*, Cambridge, UK, 2008.
- [30] L. Balogh, I. Kollár, and A. Sárhegyi, „Maximum likelihood estimation of ADC parameters”, In *IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference Proceedings*, pp. 24-29, 2010.