

## Zárójelentés

A pályázat címe: Többrészcskés nemlokalitás

A kutatás időtartama: 4 év (2015. január 1 – 2018. december 31.)

NKFI-azonosító: 111734

Témavezető: Vértesi Tamás

Résztvevők:

Bene Erika, Demes Sándor, Diviánszky Péter, Pál Károly, Trencsényi Réka, Vértesi Tamás

A K jelű NKFIH-OTKA pályázatunk négy résztvevővel indult, amelyhez időközben még két résztvevő csatlakozott: 2016. július 1-től Diviánszky Péter (ELTE, Informatikai Kar) és 2017. szeptember 1-től Demes Sándor (MTA Atomki). Diviánszky Péternek kulcsszerepe volt a sokméréses Bell-egyenlőtlenség osztályainak előállításában nagyléptékű numerikus algoritmusok kifejlesztésével és implementációjával. Ezen eredmények két Phys. Rev. A közleményben kerültek publikálásra [Diviánszky16, Diviánszky17]. Demes Sándor fermionikus rendszerek kvantumkorrelációinak vizsgálatával kapcsolatosan kvantumkémiaili problémák megoldásában nyújtott nagy segítséget. Ezen utóbbi munka jelenleg folyamatban vannak, amelyek publikálása előkészület alatt áll.

A kutatások egy részét nemzetközi kollaborációban végeztük. Az MTA Atomkiban végzett munkába is gyakran külföldi együttműködők kapcsolódtak be. A következő vendégkutatók, összesen húsz alkalommal látogattak az Atomkiba rövid egy-két hetes szakmai utak keretében: P. Wittek, W. Laskowski, F. Hirsch, M.T. Quintino, M. Pawłowski, A. Tavakoli, K. Kostrzewa, A. de Rosier, P. Kurzynski, M. Navascués, W. Klobus, Szalay Szilárd és Tóth Géza. Ezen kívül a pályázat résztvevői számos nemzetközi konferencián, illetve kutatóúton vettek részt. Előadásokat és szemináriumokat tartottak hazai (BME, MTA székház, Atomki) és külföldi intézetekben (Cambridge-i Egyetem, Genfi Egyetem, stb.) A témavezető (V.T.) meghívott előadást tartott a CEQIP2018 és Entanglement Days 2018 konferenciákon. 2015-ben V.T. két hónapot töltött vendégkutatóként a Genfi Egyetemen Prof. Nicolas Gisin és Prof. Nicolas Brunner csoportjában.

A költségtervben a pályázat négyéves időszakában az eredetihez képest három fő változtatást kértünk. 2016-ban átcsoportosítást kértünk az újonnan csatlakozott résztvevő (D.P.) részére a numerikus számítások beprogramozásához szükséges laptop beszerzéséhez, a Scientific Reports és New J. Phys. folyóiratban elfogadott cikkek Open Access költségeinek fedezésére, és 2018-ban a projekt egyik résztvevője (B.E.) számára asztali számítógép biztosításához, amelyen memóriaigényes szemidefinit és lineáris programozáson alapuló numerikus módszerek futtathatók.

A kutatási tervnek megfelelően hat fő területen értünk el eredményeket (zárójelben megadva a kutatási témában részt vevő kutatókat):

- (1) Kvantumrendszerek öntesztelése (V.T.)
- (2) Sokrészűen összefonódott kvantumállapotok jellemzése (B.E., D.P., P.K., T.R., V.T.)
- (3) Alacsony detektorhatékonyságot toleráló többrészcskés Bell-tesztek előállítása (P.K., V.T.)
- (4) Információs elvek és alternatív elméletek (V.T.)
- (5) Kvantuminformatikai alkalmazások (V.T.)
- (6) Hatékony numerikus algoritmusok kifejlesztése lokális modellek előállítására (B.E., D.P., V.T.)

Az első négy pont eredményei a kutatási terv eredeti célkitűzéseinek felelnek meg, míg az utóbbi két ponttal a témához szervesen kapcsolódó új kutatási irányokat nyitottunk meg. A következőkben a fenti felosztásban röviden összefoglalva ismertetjük az elért főbb eredményeket (saját közleményeinkre

szögletes zárójelben hivatkozunk, megjelölve az első szerzőt és a publikálás évszámát). A kutatáshoz tartozó közlemények teljes listája a zárójelentés végén található meg. Az elért eredmények nagy részében külföldi kutatókkal dolgoztunk együtt, az ICFO Fotonikai Intézetből (Barcelona), a Bristoli Egyetemről, Gdanski Egyetemről, Genfi Egyetemről, Szingapúri Egyetemről, a Chile-i Concepción Egyetemről, illetve a Bécsi IQOQI Intézetből is voltak együttműködéseink.

- (1) Mérések és a kvantumállapotok öntesztelése. Ilyenkor a feladat a kísérletileg felvett  $P(a,b/x,y)$  statisztikából következtetni a mérések és állapotok formájára. Ehhez a legegyszerűbb Bell-féle elrendezésben (két mérés és mérésenként két kimenetel) a  $P(a,b/x,y)$  kvantumkorrelációk halmazát térképeztük fel [Goh18]. Olyan extrémális korrelációkat sikerült találni, amelyek csak jól meghatározott mérésekkel és állapotcsaládokkal állíthatóak elő. Ha a rendszer dimenzióját korlátozzuk, lehetővé válik nemprojektív, ún. általános POVM mérések szükségességét igazolni [Gomez16]. Az ún. prepare-and-measure eljárás egy kétfelhasználós kvantumkommunikációs protokoll, amelyben kényelmesen definiálhatunk korlátot a kommunikáló részecskék dimenziójára. Ilyenkor qubitek küldésére korlátozva magunkat, sikerült egyes mérések és állapotok öntesztelését elvégezni [Tavakoli18]. A dimenziótanú egy olyan lineáris operátor, amelynek segítségével egy- és többrészt kvantumrendszerek dimenziójának nagyságára adhatunk alsó korlátokat. Szemidefinit programozáson alapuló szisztematikus módszert fejlesztettünk ki ilyen dimenziótanúk előállítására [Navascues15a, Navascues15b]. A módszer a dimenziókorlát nélküli Navascues-Pironio-Acin hierarchia általánosításának tekinthető adott  $D$  dimenziós rendszereket tekintve.
- (2) A téma kutatása ebben a pontban arra irányult, hogy a sokrésztű rendszerek milyen új struktúrákkal gazdagítják kétrésztű társaikhoz képest a nemlokális korrelációk halmazát. A következő három pontot vizsgáltuk. (i) A  $W$ -állapot egy nevezetes, valódi sokrésztű kvantumállapot, amely a kvantumhálózatokban és a kvantummemóriákban játszik kulcsszerepet. Az  $N$ -részecskés  $W$ -állapot nemlokális viselkedésének zajfüggésére vezettünk le formulákat, ahol  $N$  tetszőlegesen nagy lehet. Egyfelől részecskevesztés esetén [Divianszky16], másfelől fehér zajt keverve néztük a  $W$ -állapot robusztusságát külső zajra nézve [Laskowski15]. (ii) Nevezetes többqubites, pl. GHZ- és klaszterállapotokon, véletlen irányú projektív méréseket szimuláltunk, és azt néztük, hogy a véletlen konfigurációkból előálló korrelációk milyen gyakran vezetnek Bell-egyenlőtlenség sérüléséhez [Rosier17]. Azt találtuk, hogy a qubitek számának növekedésével rohamosan nő a Bell-sérülés gyakorisága, amely tendenciára sikerült általános magyarázatot is adni. (iii) A mátrix-szorzat-állapotokat széles körben használják 1-dimenziós spinláncok alapállapotának becslésére. A [Navascues18] munkában mátrix-szorzat-állapotok ún. kötési dimenzióját jelző tanúkat állítottunk elő, kiaknázva ezen állapotokon végzett egyes műveletek mátrix algebrai elmélettel való kapcsolatát.
- (3) Sokrésztű kvantumrendszereken elvégzendő Bell-kísérletek során jelentkező, a detektorok véges hatékonyságából adódó kikapuk zárására fejlesztettünk ki speciális Bell-egyenlőtlenség családokat. Megmutattuk, hogy a kétfelhasználós esethez képest lényeges javulás érhető el, ha  $N > 2$  felhasználós Bell-kísérletben a felek  $W$ -típusú kvantumállapotot osztanak ki egymás között [Pal15a], illetve a kiosztott kvantumállapot a  $W$ -állapot és a szorzatállapot koherens szuperpozíciója [Pal15b]. Ez irányú eredményeink várhatóan kommunikációs feladatokban, illetve kevésbé zajtűrő és viszonylag nagy detektorhatékonyságot igénylő kvantumprotokollokban is hasznosak lehetnek.
- (4) A kvantumkorrelációkat információs elvek segítségével jellemeztük két különböző megközelítésben. (i) Kvantummechanikai mérések egy lehetséges magyarázatára bevezettünk egy fiktív elméleti modellt, amely modellben egy tetszőleges  $N$ -kimenetelű mérést egy kétlépcsős folyamatként értelmezzük [Kleinmann17]. Az első lépcsőben ( $N-2$ ) kimenetelt zárunk ki az  $N$  kimenetelből, majd a második lépcsőben az így előálló kétkimenetelű mérést csak az ún. no-signalling feltételek teljesülésének megkövetelésével korlátozzuk. Ezen kétlépcsős elmélet lehetőségét egy Bell-típusú kísérletben cáfoltuk meg azáltal, hogy az elmélet által megjósolt korrelációknál a kvantummechanikai mérésekből és állapotokból származó erősebb korrelációkat találtunk. A konkrétan elvégzett fotonikai Bell-típusú kísérlet

kétqutrites rendszereken  $N=3$  kimenetel esetén mutatta ki az elméletnél erősebb korrelációkat, ezáltal kísérletileg is megcáfolva a fiktív elméleti modell létezését [Hu18]. (ii) Az EPR-steering jelenséget általánosítottuk kvantumkorrelációknál erősebb korrelációkra [Sainz15]. Az EPR-steering jelensége a nemlokalitás egy formája, ami azt mutatja meg, hogy egy összefonódott pár egyik tagján mérést végezve mennyiben válik lehetségessé a pár másik tagjának „kormányzása”. A [Sainz15] cikkben azt vizsgáltuk, hogy az EPR-steering jelensége általánosítható-e a kvantumkorrelációknál erősebb korrelációk tartományára. Míg a kétrésztvevős esetben ez bizonyíthatóan nem elképzelhető, addig a háromrésztvevős esetben találtunk példát a kvantum EPR-steering jelenségén túlmutató korrelációkra. Ezen eredmény azt is alátámasztja, hogy a háromrésztvevős kvantumrendszereket leíró Hilbert-tér struktúrája lényegileg különbözik a kétrésztvevős esettől.

- (5) Többrésztvevős összefonódott rendszerek hasznosíthatóságát két különböző informatikai alkalmazásban néztük meg; biztonságos véletlenszámok előállításában [Acin16] és kvantummetrológiában [Toth18]: (i) kétqubitesek rendszerek nemlokális korrelációiból eszközfüggetlen módon, vagyis az eszközök belső működésének részleteitől függetlenül, kinyerhető véletlenszerűséget vizsgáltuk. Megmutattuk [Acin16], hogy qubiten történő négykimenetelű POVM mérésekből maximum 2 bit véletlenszerűség nyerhető ki, amely értéket sikerült is egy konstrukcióban elérnünk. (ii) Többrésztvevős kötött összefonódott állapotok metrológiai hasznosíthatóságát vizsgáltuk [Toth18]. Ezen típusú állapotok olyan gyengén összefonódtak, hogy tiszta formában végtelen számú példányukból sem nyerhető ki összefonódottság. Ennek ellenére sikerült olyan két-, három-, és négyrésztvevős kötött összefonódott állapotokat találni, amelyek kvantummetrológiában hasznosak, vagyis pontosabb paraméterbecslést lehet velük elérni, mint bármely szeparálható állapot segítségével.
- (6) A [Hirsch16a] munkában egy algoritmikus eljárást fejlesztünk ki, amelynek segítségével (elvben) tetszőleges összefonott állapotról el lehet dönteni, hogy szimulálható-e Bell-lokális, illetve EPR-steering modellel. Az algoritmus bonyolultsága egy paramétertől függ, amelyet növelve a módszer egyre pontosabban közelíti az adott modell keretén belül szimulálható kvantumállapotok halmazát, és a paraméter végtelen értéke esetén pedig bizonyíthatóan egzakt eredményhez vezet. Ezen eljárást kiterjesztettük nemkompatibilis mérésekből származó Bell-korrelációk szimulációjára [Bene18]. Ezzel sikerült egy nyitott kérdést is bebizonyítanunk: léteznek olyan nemkompatibilis mérések, amelyek nem vezetnek Bell-féle nemlokális korrelációkhoz. A módszert alkalmaztuk egy másik nyitott kérdés eldöntésére is: Igaz-e, hogy bármely összefonott állapot nemlokális, ha a korrelációs teszt elvégzése előtt az összefonott állapotpár tagjain külön-külön tetszőleges szűrési műveletet hajthatunk végre. A módszer segítségével sikerült egy ellenpéldát konstruálnunk, így nemleges választ adtunk erre a kérdésre [Hirsch16b]. A módszert egy nagyléptékű optimalizációs eljárással, Gilbert algoritmusával egészítettük ki. Ilyen módon a kétqubitesek lokális modellel rendelkező Werner-állapot  $p$  zajparaméterére sikerült az irodalomban az eddigieknél jobb korlátokat előállítani [Hirsch17]. A kétqubitesek Werner-állapot nemlokalitása kapcsolatba hozható a matematikai analízisből ismert (harmadrendű)  $K_G(3)$  Grothendieck-konstans értékével. Ezáltal az eddigi legjobb korlátot kaptuk:  $K_G(3) < 1.4633$ , megjavítva az irodalomban található 2006-ból származó  $K_G(3) < 1.5163$  korlátot. Emellett a  $K_G(4)$  felső korlátját is sikerült javítanunk, az új korlát:  $K_G(4) > 1.4811$ , a fentiekből pedig következik a  $K_G(3) < K_G(4)$  közötti összefüggés [Bene18].

## Közlemények

Az NKFIH támogatással megjelent közlemények a 2015-2018. időszakban:

- [Navascues15a] M. Navascues, T. Vértesi: *Bounding the Set of Finite Dimensional Quantum Correlations*, Phys. Rev. Lett. **115**, 020501 (2015).
- [Laskowski15] Wieslaw Laskowski, Tamás Vértesi, Marcin Wiesniak: *Highly noise resistant multiqubit quantum correlations*, J. Phys. A **48**, 465301 (2015).
- [Quintino15] Marco Túlio Quintino, Tamás Vértesi, Daniel Cavalcanti, Remigiusz Augusiak, Maciej Demianowicz, Antonio Acín, Nicolas Brunner: *Inequivalence of entanglement, steering, and Bell nonlocality for general measurements*, Phys. Rev. A **92**, 032107 (2015).
- [Pal15a] Károly F. Pál, Tamás Vértesi: *Closing the detection loophole in tripartite Bell tests using the W state*, Phys. Rev. A **92**, 022103 (2015).
- [Sainz15] Ana Belen Sainz, Nicolas Brunner, Daniel Cavalcanti, Paul Skrzypczyk, Tamás Vértesi: *Postquantum Steering*, Phys. Rev. Lett. **115**, 190403 (2015).
- [Navascues15b] Miguel Navascues, Adrien Feix, Mateus Araujo, Tamás Vértesi: *Characterizing finite-dimensional quantum behavior*, Phys. Rev. A **92**, 042117 (2015).
- [Pal15b] Karoly F. Pal, Tamas Vertesi: *Bell inequalities violated using detectors of low efficiency*, Phys. Rev. A **92**, 052104 (2015).
- [Guerreiro16] T. Guerreiro, F. Monteiro, A. Martin, J. B. Brask, T. Vértesi, B. Korzh, M. Caloz, F. Bussieres, V. B. Verma, A. E. Lita, R. P. Mirin, S. W. Nam, F. Marsilli, M. D. Shaw, N. Gisin, N. Brunner, H. Zbinden, R. T. Thew: *Demonstration of EPR steering using single-photon path entanglement and displacement-based detection*, Phys. Rev. Lett. **117**, 070404 (2016).
- [Hirsch16a] F. Hirsch, M.T. Quintino, T. Vértesi, M.F. Pusey, N. Brunner: *Algorithmic construction of local hidden variable models for entangled quantum states*, Phys. Rev. Lett. **117**, 190402 (2016).
- [Acin16] A. Acín, S. Pironio, T. Vértesi, P. Wittek: *Optimal randomness certification from one entangled bit*, Phys. Rev. A **93**, 040102 (2016).
- [Nagy16] Sándor Nagy and Tamás Vértesi: *EPR steering inequalities with communication assistance*, Sci. Rep. **6**, 21634 (2016).
- [Gomez16] E. S. Gómez, S. Gómez, P. González, G. Canas, J. F. Barra, A. Delgado, G. B. Xavier, A. Cabello, M. Kleinmann, T. Vértesi, G. Lima: *Device-Independent Certification of a Nonprojective Qubit Measurement*, Phys. Rev. Lett. **117**, 260401 (2016).
- [Hirsch16b] F. Hirsch, M.T. Quintino, J. Bowles, T. Vértesi, N. Brunner: *Entanglement without hidden nonlocality*, New. J. Phys. **18**, 113019 (2016).
- [Divianszky16] P. Diviánszky, R. Trencsényi, E. Bene, T. Vértesi: *Bounding the persistency of the nonlocality of W states*, Phys. Rev. A **93**, 042113 (2016).
- [Hirsch17] Flavien Hirsch, Marco Túlio Quintino, Tamás Vértesi, Miguel Navascués, Nicolas Brunner: *Better local hidden variable models for two-qubit Werner states and an upper bound on the Grothendieck constant  $KG(3)$* , Quantum **1**, 3 (2017).
- [Kleinmann17] Matthias Kleinmann, Tamás Vértesi, Adán Cabello: *Proposed experiment to test fundamentally binary theories*, Phys. Rev. A **96**, 032104 (2017).
- [Rosier17] Anna de Rosier, Jacek Gruca, Fernando Parisio, Tamás Vértesi, Wieslaw Laskowski: *Multipartite nonlocality and random measurements*, Phys. Rev. A **96**, 012101 (2017).
- [Pal17] Károly F Pál, Tamás Vértesi: *Family of Bell inequalities violated by higher-dimensional bound entangled states*, Phys. Rev. A **96**, 022123 (2017).

- [Divianszky17] Péter Diviánszky, Erika Bene, Tamás Vértesi: *Qutrit witness from the Grothendieck constant of order four*, Phys. Rev. A **96**, 012113 (2017).
- [Bene18] Erika Bene, Tamás Vértesi: *Measurement incompatibility does not give rise to Bell violation in general*, New J. Phys. **20**, 013021 (2018).
- [Fonseca18] A. Fonseca, A. de Rosier, T. Vértesi, W. Laskowski, F. Parisio: *Survey on the Bell nonlocality of a pair of entangled qudits*, Phys. Rev. A **98**, 042105 (2018).
- [Tong18] Goh Koon Tong, Kaniewski Jędrzej, Wolfe Elie, Vértesi Tamás, Wu Xingyao, Cai Yu, Liang Yeong-Cherng, Scarani Valerio: *Geometry of the set of quantum correlations*, Phys. Rev. A **97**, 022104 (2018).
- [Hu18] Hu X-M, Liu B-H, Guo Y, Xiang G-Y, Huang Y-F, Li C-F, Guo G-C, Kleinmann M, Vértesi T, Cabello A: *Observation of Stronger-than-Binary Correlations with Entangled Photonic Qutrits*, Phys. Rev. Lett. **120**, 180402 (2018).
- [Kostrzewa18] K. Kostrzewa, W. Laskowski, T. Vértesi: *Closing the detection loophole in multipartite Bell experiments with a limited number of efficient detectors*, Phys. Rev. A **98**, 012138 (2018).
- [Navascues18] M. Navascués, T. Vértesi: *Bond dimension witnesses and the structure of homogeneous matrix product states*, Quantum **2**, 50 (2018).
- [Tavakoli18] A. Tavakoli, J. Kaniewski, T. Vértesi, D. Rosset, N. Brunner: *Self-testing quantum states and measurements in the prepare-and-measure scenario*, Phys. Rev. A **98**, 062307 (2018).
- [Toth18] Géza Tóth, Tamás Vértesi: *Quantum States with a Positive Partial Transpose are Useful for Metrology*, Phys. Rev. Lett. **120**, 020506 (2018).