

Bevezetés

Jelen beszámoló az OTKA K108912 kutatási projekt záró beszámolója. A projekt eredetileg 3-évesre volt tervezve, 2013. szeptember 1-től 2016. augusztus 30-ig. A kutatást azonban már a pályázat hivatalos kezdési időpontja előtt elkezdtük, így az első eredményekről született publikációk már 2013 végén megjelentek (de ezekben az OTKA támogatás még nincs feltüntetve). Ugyanakkor a projekt futamidejét 8 hónappal meghosszabbítottuk 2017. április 30-ig. Összességében tehát egy kb. 4 éves időszak eredményeit foglalja össze jelen beszámoló.

A projekt olyan numerikus módszerek fejlesztésével és alkalmazásával foglalkozott, melyek vékonyfaló rúdelemek (pl. hidegen hajlított acél szelvények) mechanikai viselkedésének vizsgálatára alkalmasak oly módon, hogy a viselkedési módok – a viselkedésre jellemző deformációk geometriai-mechanikai jellemezői alapján – elkülöníthetők legyenek. Az egyik legtipikusabb és sok esetben mértékadó viselkedési mód a stabilitásvesztés, melynek számos megjelenési formája van. Így szokás beszélni globális stabilitásvesztésről (pl. kihajlás, kifordulás), lokális horpadásról (pl. lemezhorpadás, nyírási horpadás, beroppanás), vagy torzulásos horpadásról. Ezen különféle stabilitásvesztési módok más és más imperfekció-érzékenységgel, más és más posztrkritikus viselkedéssel bírnak, lényeges tehát ezen stabilitásvesztési módok elkülönítése. A viselkedési módok ilyen elkülönítését modális dekompozíciónak (is) fogjuk nevezni.

A projekt közvetlen előzménye az, hogy korábban a projekt vezetője kidolgozta az ún. cFSM („constrained Finite Strip Method”) eljárást, mely egy végessávós számítási eljárás, de amelyben a különféle viselkedési módok elkülöníthetők az ún. kényszermátrixok segítségével. A korábbi cFSM tartalmazott bizonyos korlátokat, szükséges volt a továbbfejlesztése. Jelen projektnek két fő célkitűzése volt: a cFSM mód-dekompozíciós eljárás kiterjesztése általánosabb keresztmetszetű szerkezeti elemekre, és a cFEM módszer kifejlesztése. Összességében elmondható, hogy mindkét fő cél maradéktalanul teljesült, a munka az előzetes tervek szerint folyt.

A cFSM módszer általánosításának előkészítése

Áttekintettük a membrán nyírási deformációk vékonyfalú rúdelemek különféle stabilitásvesztési módjaira gyakorolt hatását. Ezek alapján javaslatot adtunk a vékonyfalú rúdelemek membrán nyírási alakváltozással járó deformációinak egy lehetséges osztályozására [A1]. Az osztályozás jól illeszkedik a cFSM eljárásban korábban már alkalmazott globális és torzulásos deformációs módokhoz, ami azt is jelenti, hogy a javasolt nyírási deformációs módok a gyakorlat számára is közvetlen jelentéssel bírnak és közvetlenül alkalmazhatóak. Például, ha a globális módokat kiegészítjük a nyírási-globális módokkal, és az így előállt bázisrendszerben oldunk meg (pl. stabilitási) feladatokat, akkor tulajdonképpen a nyírási deformációkat is figyelembe vevő gerendaelmélet eredményeit kaphatjuk vissza. Ugyanakkor a cFSM a rúdmeleleteknél jóval általánosabb, hiszen képes figyelembe venni a vékonyfalú rúdelem mindenféle deformációját (keresztmetszet alakú torzulása, lokális horpadás jellegű deformációk, stb.)

A nyírási módok segítségével analitikus megoldásokat vezetünk le rúdelemek síkbeli és elcsavarodó kihajlásához úgy, hogy a rúdelemet (sík) héjelemek együtteseként kezeltük és a héjelemek membrán nyírási alakváltozásait figyelembe vettük. Az így kapott analitikus megoldások közvetlenül összehasonlíthatóak a gerendaelméleten alapuló megoldásokkal. A héjelemeken alapuló megoldást többféle opcióban vezetünk le. A kapott képletek megmutatják, hogy a levezetésekben gyakorta alkalmazott közelítések (pl. a vékony lemezek élein a feszültség-eloszlás vastagság menti változásának elhanyagolása) – bár a gyakorlati esetek nagy

részében csekély hatással bírnak, – bizonyos szokatlanabb geometriák esetén érdemi különbségekre vezetnek a kritikus teher értékében. [A2]

A cFSM módszer általánosítása

A korábbi cFSM eljáráshoz hasonlóan, de azt általánosítva megfogalmaztuk a különféle deformációs módok mechanikai követelményeit oly módon, hogy azok alkalmazhatóak legyenek általánosabb (zárt, illetve zárt részeket is tartalmazó) keresztmetszetekre, különös tekintettel az ún. nyírási (S) és keresztirányú nyúlási (T) módokra.

Általánosítottuk a cFSM eljárást, az alábbiak szerint.

- A kényszermátrixok meghatározásánál alkalmaztuk az új mód-definíciókat.
- A keresztmetszeti topológiától függetlenítettük a módszert.
- Javaslatot tettünk a módok új, hosszirányú bázisfüggvényektől független ortogonalizációjára.
- Megmutattuk, hogy a végecsávós módszer rugalmas és geometriai mátrixai többféle opcióban levezethetőek (pl. aszerint, hogy milyen másodrendű alakváltozási tagokat veszünk figyelembe, vagy hogy a levezetések során teszünk-e egyszerűsítéseket a lemeztvastagság menti integrálások elvégzésénél vagy sem).

Az általánosított cFSM módszert bemutattuk konferenciákon és folyóirat-cikkekben [A3-A6, B1,B3]. Az általánosított cFSM eljárást beépítettük a CUFSM programba.

A cFEM módszer kidolgozása

A cFEM módszer a korábban kidolgozott cFSM módszerhez elvileg hasonló, azzal a lényeges (elméleti és gyakorlati) különbséggel, hogy a cFSM módszerben a hosszirányú bázisfüggvények trigonometrikus függvények (vagy függvénysorok), míg a cFEM módszerben a végecsélemes eljárásokban megszokott polinomiális hosszirányú bázisfüggvényeket alkalmazunk. (Ennek megfelelően a cFSM-ben hosszirányban nincs diszkretizáció, míg a cFEM-ben – a végecsélemes módszerben megszokott módon – van.) A munka során kiderült, hogy a modális dekompozíció akkor valósítható meg, ha a hosszirányú bázisfüggvények bizonyos feltételeknek eleget tesznek. Azaz: a gyakorlatban szokásos héj-végecsélemek nem alkalmazhatóak, hanem szükség van egy speciális héj-végecsélemre. Az új héjcsélemre javaslatot tettünk, és megmutattuk, hogy a végecsélemen belül matematikailag egzaktul ki lehet elégíteni a cFEM eljárás alapját képező mechanikai feltételeket. [B5,A7]

A cFEM módszer gyakorlati alkalmazásához szükség volt még az új héj-végecsélemekhez a lokális (rugalmas és geometriai) merevségi mátrixok levezetésére. A merevségi mátrixokat számos opcióban dolgoztuk ki [A9], lehetőséget adva ezzel a számítások nagyfokú szabályozhatóságára (pl. a Green-Lagrange mátrix másodrendű tagjai egyenként ki- vagy bekapcsolhatóak, szabályozható, hogy a héjcsélemek vastagsága mentén hogyan vegyük figyelembe az alakváltozások/feszültségek változását, stb.)

A javasolt szabadságfokokkal és bázisfüggvényekkel kialakuló héj végecsélemekre már alkalmazható volt a cFSM eljárás modális dekompozíciója. Természetesen az eljárást újra kellett gondolni, és némileg módosítani, általánosítani, hiszen a hosszirányú diszkretizáció jóval általánosabb feladatok megoldását teszi lehetővé. A cFEM modális dekompozícióját foglaltuk össze két folyóiratcikkekben [A10-A11], illetve a módszert bemutattuk konferenciákon [B9,B10], utóbbi esetén meghívott, ún. „keynote” előadás keretében.

A cFEM eljárást beprogramoztuk egy belső használatra szánt szoftverbe, MatLab környezetben. A szoftver kutatási célú, tehát nem alkalmas széleskörű felhasználásra, de már jelen állapotában is alkalmas mintapéldák hatékony készítésére.

A cFEM módszer alkalmazása

A cFEM eljárással olyan feladatok is megoldhatóak, amelyek a cFSM-mel nem, vagy csak közelítőleg.

Az egyik ilyen feladat, amikor a vékonyfalú elemekben lyukak vannak. A lyukaknak a stabilitásvesztésre gyakorolt hatását számos korábbi kutatás vizsgálta, de korábban nem állt rendelkezésre olyan eljárás, mely a lyukakat precízen modellezni képes és a modális dekompozíciót is képes végrehajtani. A cFEM lyukgyengített szelvényre való alkalmazhatóságát mutatja be [B5,B7]. A lyukgyengítés egy speciális (de gyakran alkalmazott) változata, amikor a lyuk-geometria hosszúkás, eltolt lyuksorokkal jellemezhető. Az ilyen szelvényű rudak síkbeli kihajlását külön is vizsgáltuk, és egy közelítő analitikus megoldást is javasoltunk a kritikus erő számítására. [B4,C1]

A cFEM módszer úgy van kidolgozva, hogy számos beállítási lehetőséget ad a felhasználónak. Az egyik ilyen lehetőség a figyelembe vett másodrendű alakváltozás komponensek beállíthatósága (azaz: a Green-Lagrange alakváltozási mátrix elemeit egyenként lehet ki- vagy bekapcsolni), mely lehetővé teszi a különféle lokális horpadás-jellegű stabilitásvesztési jelenségek szeparálását. Ha például csak a hosszirányú (másodrendű) normál-alakváltozási tagokat vesszük figyelembe, akkor a megoldás sok esetben jól közelíti a gerendaelmélettel (vagy cFSM-mel) kapott megoldást. Ha figyelembe vesszük a keresztirányú normál-alakváltozási tagokat, akkor megoldható a gerinc-beroppanás problémája. Ha a nyírási alakváltozási tagokat vesszük figyelembe, a nyírási horpadás vizsgálható. Minthogy ezen alakváltozási tagok egyenként be- vagy kikapcsolhatóak, e lokális horpadás jellegű stabilitásvesztési jelenségek is szeparálhatóak, és külön-külön vizsgálhatóak, tetszőleges terhelési és megtámasztási viszonyok mellett is. Ezt a kérdéskört tárgyalja egy konferenciacikk [B12].

Minthogy a cFEM eljárás alapvetően egy héj-végeselemes eljárás, tetszőleges probléma megoldható, mely jól modellezhető téglalap alakú végeselemekkel. A cFSM-mel ellentétben tehát nem jelent problémát, ha a rúdelem a hossz mentén nem állandó keresztmetszetű. Hasonlóan, az sem jelent nehézséget, hogy a keresztmetszet mentén a rúdelem különféle szakaszain más és más deformációs módokat alkalmazzunk (tehát pl. a rúdelem adott szakaszán globális, míg más szakaszain lokális deformációs módra kényszerítjük a viselkedést). Ezt a lehetőséget és ennek gyakorlati jelentőségét mutatja be [B13].

Íves keresztmetszetek

A vékonyfalú rúdelemek egyik legtipikusabb megjelenése a hidegen hengerelt acél profilok. Ezen profilok gyártástechnológiája olyan, hogy a sarkok soha nem élesek, hanem mindig lekerekítettek. A gyakorlatban alkalmazott szelvényeknél a lekerekítési sugár néhány milliméter, melynek a viselkedésre gyakorolt hatása általában nem túl jelentős, ezért gyakran elhanyagolják. A modern numerikus módszerek, mint pl. véges sávós vagy véges elemes eljárások, könnyen figyelembe tudják venni a lekerekített sarkú geometriát. A mód-dekompozíciós eljárásokban alkalmazott mechanikai feltételek ugyanakkor azt feltételezik, hogy a lemezelemek lekerekítés nélkül csatlakoznak egymáshoz, egy nullához nem túl közeli szögben. Bár a mód-dekompozíciós eljárások technikailag működnek akkor is, ha a profilok

sarkainál a lekerekítést modellezzük, az eredmények (pl. tiszta stabilitásvesztési módok) azonban a gyakorlat szempontjából nem jól használhatóak. A kutatás keretében megvizsgáltuk, hogy a sík lemezekből álló keresztmetszeteknél bevált modális dekompozíciós eljárás hogyan terjeszhető ki a lekerekített sarkos keresztmetszetekre is. Két lehetséges megoldást javasoltunk a cFSM módszeren belül, mindkettő eljárást bemutattuk egy-egy konferencián [B2,B6].

Fentiek mellett vizsgáltuk a nagy lekerekítési sugarú ívek hatását is. (A gyakorlatban nagy sugarú keresztmetszeti íveket jelenleg kevésbé alkalmaznak, de a közelmúltban több olyan kutatási eredmény is megjelent, ahol keresztmetszeti optimalizálás vezetett lényegében nagy sugarú íveket tartalmazó keresztmetszeti alakokra.) E munka keretében azt vizsgáltuk néhány lehetséges szelvényalak feltételezésével, hogy a nagy sugarú ívek hatására megjelennek-e újszerű stabilitásvesztési és tönkremeneteli formák, (tehát pl. héjhorpadás jellegű tönkremenetel,) amelyek nem illeszkednek a (vékonyfalú acélnál) szokásos lokális horpadás, torzulásos horpadás és globális kihajlás/kifordulás kategóriákba. E munka során paraméteres vizsgálatokat végeztünk héj-végeselemes eljárással: egyrészt rugalmas (nemlineáris) számításokat végeztünk, másrészt az anyagi nemlinearitásokat és geometriai imperfekciókat is figyelembe vevő számításokat. Az elvégzett vizsgálatok azt mutatták, hogy létezik olyan keresztmetszeti geometria, ahol a héjhorpadás jellegű viselkedés mértékadó, ugyanakkor az is megállapítható, hogy a nagy lekerekítési sugarú ívek alkalmazása előnyös a teherbírás szempontjából. Az eredményeket bemutattuk két nemzetközi konferencián, illetve összefoglaltuk egy folyóirat cikkben. [B8,B11,A8]

Folyóiratcikkek

- A1. Ádány S.: "Decomposition of in-plane shear in thin-walled members", *Thin-Walled Structures* (2013), Vol 73, pp 27-38. doi: 10.1016/j.tws.2013.06.003
- A2. Ádány S.: "Flexural Buckling of Simply Supported Thin-Walled Columns with Consideration of Membrane Shear Deformations: Analytical Solutions based on Shell Model", *Thin-Walled Structures*, Vol 74, January 2014, pp 36-48. doi: 10.1016/j.tws.2013.09.014
- A3. Zhanjie Li, Jean C. Batista Abreu, Jiazhen Leng, Sándor Ádány, Benjamin W. Schafer: "Review: Constrained Finite Strip Method Developments and Applications in Cold-formed Steel Design", *Thin-Walled Structures* (2013), Vol 81, pp 2-18. doi: 10.1016/j.tws.2013.09.004
- A4. Ádány S., Schafer B.W.: Generalized constrained finite strip method for thin-walled members with arbitrary cross-section: Primary modes, *Thin-Walled Structures* (2014), Vol 84, pp. 150-169.
- A5. Ádány S., Schafer B.W.: Generalized constrained finite strip method for thin-walled members with arbitrary cross-section: Secondary modes, orthogonality, examples, *Thin-Walled Structures* (2014), Vol 84, pp. 123-133.
- A6. Visy D., Ádány S.: Local stiffness matrices for the semi-analytical Finite Strip Method in case of various boundary conditions, *Periodica Polytechnica ser. Civil Engineering*, 2014, Vol. 58, No. 3, pp. 187-201.
- A7. Ádány S.: Shell element for constrained finite element analysis of thin-walled structural members, *Thin-Walled Structures* 105: 135-146, 2016.
- A8. Jobbágy D, Ádány S: Local buckling behaviour of thin-walled members with curved cross-section parts, *Thin-Walled Structures* 115: 264-276, 2017.

- A9. Visy D, Ádány S: Local Elastic and Geometric Stiffness Matrices for the Shell Element Applied in cFEM, *Periodica Polytechnica ser. Civil Engineering*, 2017. (megjelenés alatt, online elérhető)
- A10. Ádány S: Constrained shell Finite Element Method for thin-walled members, Part 1: constraints for a single band of finite elements, *Thin-Walled Structures*, 2017. (megjelenés alatt, online elérhető)
- A11. Ádány S, Visy D, Nagy R: Constrained shell Finite Element Method, Part 2: application to linear buckling analysis of thin-walled members, *Thin-Walled Structures*, 2017. (megjelenés alatt, online elérhető)

Konferenciacikkek

- B1. Ádány S., Schafer B.W. Constrained Finite Strip Method Stability Analysis of Thin-walled Members with Arbitrary Cross-section, *Proceedings of the Annual Stability Conference Structural Stability Research Council*, St Louis, USA, 2014.03.25-2014.03.28., pp. 346-365.
- B2. Ádány S., Beregszászi Z.: Constrained finite strip method for thin-walled members with rounded corners, *Proceedings of Eurosteel 2014*, Sept 10-12, 2014, Naples, Italy, pp. 405-406. Full paper in CD, p. 6.
- B3. Ádány S., Schafer B.W.: Modal decomposition for thin-walled column and beam members with arbitrary cross-sections, *Proceedings of Eurosteel 2014*, Sept 10-12, 2014, Naples, Italy, pp. 407-408. Full paper in CD, p. 6.
- B4. Geleji B., Szedlák M., Visy D., Ádány S.: Understanding the global buckling behaviour of thin-walled members with slotted web, *Proceedings of the 22nd International Speciality Conference on Cold-Formed Steel Structures* (eds: R.A. LaBoube, W.W. Yu), Nov 5-6, 2014, St. Louis, USA, pp. 51-66.
- B5. Ádány S.: Constrained finite element method: demonstrative examples on the global modes of thin-walled members, *Proceedings of the 22nd International Speciality Conference on Cold-Formed Steel Structures* (eds: R.A. LaBoube, W.W. Yu), Nov 5-6, 2014, St. Louis, USA, pp. 67-82.
- B6. Ádány S., Beregszászi Z.: Modal Decomposition for Thin-walled Members with Rounded Corners: an Extension to cFSM by using Elastic Corner Elements, *Proceedings of Eighth International Conference on Advances in Steel Structures* (eds.: D. Camotim, P.B. Dinis, S.L. Chan, C.M. Wang, R. Goncalves, N. Silvestre, C. Basaglia, A. Landesmann, R. Bebian), Lisbon, Portugal, July 22-24, 2015, Full paper in CD, paper nr. 83, p. 13.
- B7. Ádány S.: Constrained finite element method for the modal analysis of thin-walled members with holes, *Proceedings of the Annual Stability Conference Structural Stability Research Council*, Orlando, USA, 2016.04.12-2016.04.15. Paper 40, p. 20, 2016.
- B8. Ádány S., Jobbágy D., Joó A.L., Visy D.: Stability analysis of thin-walled members with curved cross-section parts: elastic behavior, *Proceedings of the International Colloquim on Stability and Ductility of Steel Structures* (eds.: D Dubina, V Ungureanu), pp. 267-274., 2016.
- B9. Ádány S., Visy D., Nagy R.: Buckling solutions for thin-walled members by using the constrained finite element method: demonstrative examples, *Proceedings of the International Colloquim on Stability and Ductility of Steel Structures* (eds.: D Dubina, V Ungureanu), pp. 51-58., 2016.

- B10. Ádány S.: Understanding the buckling behavior of thin-walled members by using the constrained finite element method, *Proceedings of the 7th International Conference on Coupled Instabilities in Metal Structures, CIMS2016* (ed.: B W Schafer) Baltimore, USA, 2016.11.07-2016.11.08. pp. 1-20. Paper KN3, 2016.
- B11. Jobbágy D., Ádány S.: Stability analysis of thin-walled members with curved cross-section parts: inelastic behavior, *Recent Research and Developments in Cold-Formed Steel Design and Construction* (eds.: Roger A LaBoube, Wei-Wen Yu). Baltimore, USA, 2016.11.09-2016.11.10. pp. 89-103, 2016.
- B12. Ádány S.: Constrained finite element method for the analysis of shear buckling of thin-walled members, *Proceedings of the 8th International Conference on Steel and Aluminium Structures* (eds.: Ben Young, Yancheng Cai), Hong Kong, University of Hong Kong, pp. 1-18, 2016.
- B13. Ádány S: Non-uniform modal decomposition of thin-walled members by the constrained finite element method, *Proceedings of the Annual Stability Conference*, San Antonio, USA, 2017.03.21-2017.03.24. Structural Stability Research Council, pp. 1-16. Paper 52. 2017.

Előadás

- C1. Szedlák M., Geleji B., Visy D., Ádány, S.: „Lyuggatott gerincű vékonyfalú tartók síkbeli kihajlása”, 12. Magyar Mechanikai Konferencia (MAMEK 2015), Miskolc, 2015. aug. 25-27.