

## **Biró Péter: Összefoglaló beszámoló a “Kooperatív játékok kapacitásokkal” című, K108673 azonosítójú OTKA projektről**

Az eredeti kutatási tervünk elképzeléseit követve a következő konkrét kutatásokat végeztük el a projekt keretében.

**Stable Fixtures Problem with Payments:** A Wojteczky Péterrel megkezdett munkában azt vizsgáltuk, hogy milyen esetben létezik stabil megoldás olyan piacokon, ahol a piaci szereplők kétoldali szerződéseket köthetnek, ezekben kifizetéseket is rögzíthetnek, illetve a szerződések száma nem haladhatja meg a szereplők kvótáját. A feladatot visszavezettük a kapacitás nélküli problémára, ezzel karakterizálva a stabil megoldásokat és hatékony algoritmust adva a stabil megoldás létezésének eldöntésére. Modellünk általánosítja Sotomayor hasonló kétoldali piaci modelljét (Multiple Partners Assignment Game), és alternatív bizonyítást ad az ő eredményeire. A kutatásba aztán bevontuk Daniel Paulusma és Walter Kern társszerzőtársakat. Az elkezdett munka folytatásaként megvizsgáltuk a játék magját, hatékony eljárást adtunk a mag-tulajdonság ellenőrzésére abban az esetben, amikor a kapacitáson 2-nél nem magasabbak, illetve megmutattuk, hogy ezen probléma coNP nehéz amennyiben minden játékos kapacitása 3. A cikket prezentáltuk a WG 2015 konferencián, aminek így az LNCS konferencia-kiadványába is belekerült, majd egy kibővített verziót 2017-ben a **Games and Economic Behavior** nevű top játékelméleti folyóirat Shapley különszámába került elfogadásra.

**Fractional solutions for capacitated NTU-games, with applications to stable matchings:** Fleiner Tamással közös munka, melyben azt vizsgáltuk, hogy a Scarf lemma miként alkalmazható olyan NTU-játékok esetén, ahol a szereplőknek kapacitásaik lehetnek, illetve a koalíciók tetszőleges intenzitású együttműködések hozhatnak létre, megadott korlátok erejéig. A legáltalánosabb modellben azt is megengedjük, hogy egy koalíció játékosai különböző hozzájárulással vegyenek részt az együttműködésben. Megmutattuk, hogy a Scarf lemma egy speciális formában történő alkalmazásaként bebizonyítható a stabil allokáció létezése, amely egy olyan megoldást jelent, amitől egyik koalíciónak sem érdeke eltérni. A cikk a **Discrete Optimization** nevű folyóiratban jelent meg 2016-ban.

**Matching couples with Scarf's algorithm:** A fenti eredmények egy alkalmazásaként Rob Irvinggel kiegészülve azt elemezzük, hogy a Scarf algoritmus miként alkalmazható a rezidens allokációs probléma azon variánsában, ahol házaspárok közösen jelentkezhetnek állaspárookra. Ez a lehetőség jelen van az amerikai rezidens allokációs programban (NRMP), illetve a skót alkalmazásban is. Szimulációk eredményeként kiderült, hogy a Scarf algoritmus messze a legjobb heurisztika az eddig vizsgált algoritmusok között, abban az esetben, ha magas a házastársak aránya a mintában. Ez az **Annals of Mathematics and Artificial Intelligence** nevű folyóiratban jelent meg 2016-ban.

**A new solution for the roommate problem: The Q-stable matchings:** Elena Inarrával és Elena Molissal közösen a szobatárs problémát vizsgáljuk, és egy új megoldási koncepciót javasolunk arra az esetre, amikor a játék magja üres. Javaslatunk lényege a maximális felbonthatatlan és maximálisan belső stabil párosításoknak az ötvözése. Megmutattuk, hogy ilyen megoldást egy hatékony algoritmussal mindig lehet találni. Megvizsgáltuk továbbá, hogy a javasolt megoldásunk milyen viszonyban van két további mag-konzisztens megoldási koncepcióval. A cikk a **Mathematical Social Sciences** című folyóiratban jelent meg 2016-ban.

**The Hospitals /Residents Problem with Couples: Complexity and Integer Programming Models:** David Manlove és Iain McBride szerzőtársakkal írt cikkben a rezidens-allokációs probléma azon NP-nehez változatát vizsgáltuk egészértékű programozási technikával, amikor házaspárok állaspárookra jelentkezhetnek. A cikk a SEA 2014 konferencián lett előadva, és ennek az LNCS konferenciakiadványában publikálva.

**Integer programming methods for special college admissions problems:** Ágoston Kolossal és Iain McBride-dal közös munka. A magyar felsőoktatási felvételi rendszerben jelen lévő speciális feladatokra adunk egészértékű programozáson alapuló megoldási modelleket. A négy vizsgált specialitás – pontszámegeezések, alsó kvóták, közös kvóták, szakpárokra történő jelentkezések – közül három egyenként is NP-nehézzé teszi a feladatot. Az egészértékű programok felírása mellett teszteltük is ezen leírások megoldhatóságát generált és valós adatokon. Fontos eredményként említhető, hogy az alsó kvóták esetében hatékony elő-feldolgozás segítségével sikerült megoldanunk a feladatot a valós 2008-as hazai felvételi adatokra. A munkát először a COCOA 2014 konferencián adtuk elő, melynek LNCS kiadványába ezért publikálva is lett, majd a kibővített anyagot a **Journal of Combinatorial Optimization** folyóiratban sikerült publikálnunk 2016-ban.

**Efficiency and fair access in kindergarten allocation policy design:** André Veski, Kaire Pöder és Triin Lauri szerzőtársakkal készült munka. Egy észt kisváros óvodai allokációját vizsgáltuk, és terveztük újra. Megvizsgáltuk, hogy a különböző prioritási rendszerek a klasszikus Gale-Shapley algoritmussal párosítva milyen eredményeket adnak a szülők preferenciáira, a teljes utazási távolságra és esélyegyenlőségi szempontok szerint. További érdekességként érzékenységi vizsgálatot is vizsgáltunk valódi, illetve szimulált preferenciák alapján, amelyben megtudhattuk, hogy mennyire robusztusak a megfigyeléseink a szülők preferenciáinak függvényében. A cikkünk a **Journal of Mechanism and Institutional Design** folyóiratba került elfogadásra.

**Optimal Reallocation under Additive and Ordinal Preferences:** Haris Aziz, Jérôme Lang, Julien Lesca és Jérôme Monnot szerzőtársakkal készített munka. Az oszthatatlan javak allokációjának problémáját vizsgáltuk kardinális és ordinális preferenciák esetében. Többek között megmutattuk, hogy mikor lehet hatékonyan eldönteni a preferenciák alapján, hogy egy adott allokáció Pareto hatékony-e, illetve mikor NP-nehéz a feladat. Munkánk az AAMAS 2016 konferencián lett prezentálva, illetve egyúttal publikálva a konferencia-kiadványban. Jelenleg is dolgozunk a kibővített folyóirat-verzióon.

**Stable matching with uncertain preferences:** Haris Aziz, Tamás Fleiner, Serge Gaspers, Ronald de Haan, Nicholas Mattei és Baharak Rastegari voltak a szerzőtársak. Azt a kérdést tanulmányoztuk, hogy miként lehet kiszámolni a valószínűségét annak, hogy egyes párosítások stabilak, amennyiben ismerjük a valószínűségi eloszlásait a szereplők preferenciáinak. Emellett a legnagyobb valószínűséggel stabil párosítás megtalálásának problémáját is vizsgáltuk, amely több modell esetén is elméletileg bonyolultnak bizonyult. Két cikkbe választottuk külön a munkánkat, az elsőben lineáris modelleket tekintettünk, a másodikban egy páronkénti összehasonlításra alapuló modellt. Az első cikkünket elfogadták az LNCS proceedings-el rendelkező SAGT 2016 konferenciára, a másodikat pedig az AAMAS 2017-re. Mindkét konferencia-verzióból készítünk folyóiratba küldhető változatot is.

**Circulation under Responsive Preferences:** Flip Klijn és Pápai Szilvia szerzőtársakkal készített munkában egy olyan kapacitásos játékot vizsgáltunk, amelyben minden játékos több homogén jószággal rendelkezik, amelyeket egy-az-egy cserékben újraoszthatnak maguk között. Az egyik kapcsolódó alkalmazásként említhetők az idő-bankok, ahol a résztvevők felajánlják szolgáltatásaikat (gyerekvigyázás, angol-tanítás, hajvágás), és pontosan annyi óra szolgáltatást vesznek igénybe másától, amennyit tőlük kértek. Vizsgálatunkban megköveteltük, hogy a szereplőknek úgynevezett reszponzív preferenciái legyenek, vagyis rangsorba tudják rendezni a többi játékost és ha egy csomag csak két jószágban különbözik, akkor azt a csomagot kedvelik, amelyben több jószágot kapnak egy általuk preferált játékostól. Olyan eljárásokat vizsgáltunk, amelyek a fent említett ordinális preferenciák alapján adnak egy megoldást, amelyet gráfelméleti szóhasználattal áramnak nevezünk. A megoldó szabálytól megköveteltük, hogy egyénileg racionális és Pareto-hatékony megoldást adjon, illetve stratégiailag biztos legyen, habár egy lehetlenségi tételben megmutattuk, hogy mindhárom fenti tulajdonságot nem lehet mindig elérni. Megvizsgáltuk, hogy mely eljárások képesek legalább két tulajdonság kielégítésére a fenti háromból. A cikket több közgazdasági konferencián is előadtuk, jelenleg véglegesítjük a folyóiratba szánt változatot.

**Stable project allocation under constraints:** Ágoston Kolossal és Szántó Richárddal részt vettünk egy gyakorlati alkalmazásban 2016 tavaszán, diákok cégekhez való allokálását végeztük el egy egészértékű program segítségével. A feladat speciálisa az elosztásra vonatkozó kritériumok voltak: a csoportlétszámra vonatkozó alsó kvóták, illetve a külföldi diákokra vonatkozó felső kvóták. Ezen alkalmazás után egy workshopra is sikeresen végeztük el a diákok allokálását cégekhez, ahol hasonló elosztási feltételek voltak. A két alkalmazás tanulságait és a megoldási technikánk részleteit egy közös cikkben írtunk le, ami egy nemzetközi konferencia kiadványába már belekerült, és a kibővített változat jelenleg elbírálás alatt áll egy folyóiratnál.