

Zárójelentés

Koevolúciós játékok gráfokon

OTKA 101490 (2012-04-01 – 2016-03-31)

A kutatási program keretén belül az evolúciós játékelmélet terén végzett korábbi kutatásainkat folytattuk különböző irányokban. Ezek a matematikai modellek a játékelmélet nyereménymátrix fogalmát használják a sokszereplős rendszerekben a párkölcsönhatás jellemzésére. A modellek sokféle alkalmazását világosan mutatja az, hogy a játékosok képviselhetnek fizikai részecskéket, biológiai molekulákat, sejteket, soksejtű élőlényeket, vagy akár embereket illetve emberi közösségeket. Vizsgálatainkat olyan rendszerekre koncentráltuk, ahol a játékosok közötti kapcsolatot a rácson vagy gráfon elhelyezkedő játékosok szomszédságára korlátoztuk, mert ekkor hatékonyan használhatjuk a statisztikus fizika fogalmait és módszereit. Az evolúciós játékelméleti modellekben a sokféle lehetséges (sztochasztikus) szabály valamelyikét követve változtathatják a játékosok a stratégiájukat. A kutatások célja annak kiderítése, hogy az állandósult állapotban az egyes stratégiákat milyen gyakorisággal választják a játékosok. Például a korai evolúciós játékelméleti modellekben a darwinizmus szellemiségét követve a játékosok olyan valószínűséggel utánozták a sikeresebb szomszédot, aminek értéke a Fermi-Dirac függvényt követve függött a mester és tanítvány nyereményének különbségétől. A logit-szabályt követő intelligensebb játékosok képesek meghatározni lehetséges nyereményeiket mindegyik lehetséges stratégia választásánál annak feltételezésével, hogy a szomszédok nem változtatnak a stratégiájukon. Ez a sztochasztikus dinamikai szabály a magasabb nyereményű stratégia választását exponenciálisan növekvő valószínűséggel valósítja meg, és az ilyen rendszerek Boltzmann-eloszlásba fejlődnek, ha a párkölcsönhatásokat úgynevezett potenciáljátékokkal írjuk le. Ezen tulajdonság fontos következménye, hogy az Ising és Potts modellek olyan részhalmazát képezik az evolúciós játékoknak, amelyeket a statisztikus fizika módszereivel már évtizedekkel korábban részletesen megismertünk. A koevolúciós játékoknál a játékosok már nemcsak a stratégiájukat, hanem a kapcsolatrendszerüket, vagy akár személyes tulajdonságaikat is változtathatják az evolúciós folyamat során.

Az elmúlt négy évben az evolúciós játékok sokféle változatát tanulmányoztuk együttműködve külföldi kollégákkal. A kutatásba bevontunk olyan magyar egyetemi hallgatókat is, akik diplomamunkájukat vagy PhD dolgozatukat ebben a témakörben írják (vagy írták). Az eredményeket 45 tudományos cikkben és három összefoglaló cikkben publikáltuk, de még további cikkek publikálása is folyamatban van. Ezek a cikkek letölthetők

a vezető kutatók honlapjairól (Szabó György: <http://www.mfa.kfki.hu/~szabo/> és Szolnoki Attila: <http://www.mfa.kfki.hu/~szolnoki/>) vagy az MTMT adatbázisából. A beszámolóban nem kívánjuk részletezni az összes publikált eredményt, hanem néhány jelenség köré csoportosítva röviden ismertetjük a legfontosabb eredményeket.

Az evolúciós játékelmélet modellek vizsgálatának egyik legfontosabb területe azon körülmények felderítése, amelyek a segítik a közösség számára előnyös (tisztességes) magatartás fennmaradását olyan élethelyzetekben, amikor az egyéni érdek az elősködő (tisztességtelen) magatartás választását részesíti előnyben. Az ilyen társadalmi dilemma helyzetek tanulmányozását teszik lehetővé a fogolydilemma, a közlegelő, az ultimátum és az adományozó játékok. Ezeket a játékokat tanulmányoztuk változó és különböző állandó kapcsolatrendszer mellett. Régóta ismert, hogy rögzített kapcsolatrendszer esetén a sikeresebb szomszéd utánzására épülő dinamikai szabályok segítik a tisztességes magatartás fennmaradását attól függően, hogy mennyire erős a kísértés, illetve milyen egyéb lehetőségeket illetve személyi tulajdonságokat veszünk figyelembe az evolúciós folyamat során. Ennek szellemében vizsgáltuk a különböző jellegű büntetések illetve jutalmazások hatását, az információátadás pozitív következményeit, ha a játékosok megszüntethetik a kapcsolatot az elősködő társakkal, vagy amikor a közösségben jelen van a testvéries gondolkodás (osztzkodás) lehetősége. A vizsgált modellek között volt olyan rendszer is, amelyek a dinamikai szabályban megtestesült késleltetési mechanizmuson keresztül segítették az önzetlenség fennmaradását. Kiderült, hogy a társadalmi rendszerekben gyakori csoportos játékok (pl. közlegelő játék) esetén a szimulációkban gyakran használt négyzettrácsos kapcsolatrendszer hátrányos tulajdonságai gyengülnek. Hasonlóan pozitív hatást jeleztek azok a vizsgálatok, amelyeknél a kapcsolatrendszer szerkezetét úgy változtattuk meg, hogy az közelebb legyen a valóságos körülményekhez. Több cikkben elemeztük, hogy mikor és milyen mértékben segíti az együttműködést a többséghez való tartozás (csordaszellem) érvényesülése. A legújabb eredmények itt is arra utalnak, hogy az inhomogenitás lehet előnyös. Az evolúciós ultimátum játék elemzésénél arra derült fény, hogy az utánzás pontossága is javíthatja a tisztességes (fair) magatartás kialakulásának esélyeit.

Az említett példák között szerepelnek olyan három- vagy több-stratégias modellek, amelyekben a stratégiák között világosan azonosítható a ciklikus dominancia, aminek legegyszerűbb képviselője a kő-papír-olló játék. Ez az általános tulajdonság indokolta azokat a vizsgálatokat, amelyek célja a ciklikus dominancia (körülményektől függő) hatásainak felderítése. A kő-papír-olló játékkal modellezett kölcsönhatás általában segíti az oszcillálás kialakulását, ami tetten érhető az átlagtér közelítéssel leírható rendszerekben (ahol mindenki

mindenkivel játszik, illetve amikor a játékosársakat véletlenül választjuk ki), vagy megjelenhet a térbeli modelleknél kis lokális tartományokban. Az oszcillálás egy speciális esetével szembesültünk akkor, amikor egy ötfajos ciklikus ragadozó-zsákmány modellt vizsgáltunk eltérő inváziós erősségek esetén. Ebben a rendszerben az stratégiák gyakoriságában divergáló fluktuációt figyeltünk meg egy bizonyos paraméter értéknél, aminek oka a nulla-frekvenciájú oszcillálás megjelenése volt, aminek szilárdtest-fizikai megfelelője a rácsrezgéseknél megjelenő fononlágylás. Ez utóbbi modell vizsgálatánál hasznosnak bizonyultak azok a korábbi ismeretek és módszerek, amelyekkel a térbeli stratégiatársulások versengését számszerűsítettük. Ezeket a módszereket sikeresen használtuk az állapotábrák meghatározásánál az előző fejezetben említett társadalmi dilemmáknál is. A ciklikus játékok valószínűségi örvényáramokat keltenek a rendszer mikroszkopikus állapotterében. A jelenség legszembetűnőbb következménye a termodinamikai rendszerekre jellemző részletes egyensúly sérülése, amit például az „entrópiatermelés” meghatározásával számszerűsíthetünk. Megmutattuk, hogy hasonló hatást a kétstratégias modelleknél is kiválthatunk azzal, ha kétféle játékos különböztethetünk meg, akik nyereményt adnak át egymásnak úgy, ahogy azt az értecpárosítás játék definiálja. Ez modell segítette egy (torlódási) jelenség azonosítását és következményeinek számszerű elemzését, ami bizonyos körülmények között a közösség javát is szolgálhatja.

A fizikai rendszerek kölcsönhatásaihoz legszorosabban kapcsolódó játékok a potenciáljátékok. A játékok ezen halmazán belül az aktív játékosok egyéni hasznának összegezéséből származtatható egy potenciál az állapotok terében, ami hasonlít a fizikai rendszerek (negatív) potenciális energiájára. Ezekben a rendszerekben létezik egy kitüntetett tiszta Nash-egyensúly, ami megfelel a fizikai rendszerek alapállapotának. Ennek következtében a potenciál meghatározásával (ha létezik) analitikusan is kiszámolhatjuk azt a rendezett állapotot, amibe a rendszer a logit szabály esetén fejlődne alacsony zajszintnél. Amikor három évvel ezelőtt elkezdtük a témakört áttekintő összefoglaló cikk írását, akkor még nem létezett általános módszer sem a potenciál létezésének megállapítására, sem pedig a potenciál mátrix elemeinek kiszámítására. Ezt a hiányosságot pótoltuk, és a módszer használhatóságát az állapotábrák kiszámításával néhány rendszerrel demonstráltuk. A potenciáljátékokkal kapcsolatos vizsgálataink legjelentősebb hozománya azonban a nyereménymátrix összetevőkre bontásához kapcsolódik. Megmutattuk, hogy minden szimmetrikus mátrixjáték kölcsönösen ortogonális mátrixok összegeként állítható elő, és a megfelelő elemi játékok négyféle kölcsönhatástípust képviselnek. A játékosok közötti tényleges kölcsönhatás hiányzik azoknál az elemi játékoknál, amelyeknél a nyeremény

kizárólag ön- vagy társfüggő (a megfelelő mátrixok soraiban vagy oszlopaiban azonos értékek szerepelnek). A potenciáljátékokon belül a tényleges kölcsönhatás stratégiapárok közötti koordinációs kölcsönhatások lineáris kombinációjaként épül fel. Ezen kölcsönhatás szimmetrikus mátrixaiban a mátrixelemek összege minden sorban és oszlopban nulla. A ciklikus dominanciát képviselő összetevők jelenléte a mátrixban megakadályozza a potenciál létezését. Azt is sikerült kideríteni, hogy a potenciáljátékoknál a társadalmi dilemmákat az ön- és társfüggő összetevők antiszimmetrikus részei gerjesztik. Ez a felismerés hatékonyan segítheti a társadalmi dilemmák általános következményeinek szisztematikus felderítését a többstratégias rendszerekben is.

A kapott pénzügyi támogatás legnagyobb részét számítógépeink frissítésére, irodaszerekre, könyvekre és egyéb kiadásokra fordítottuk. Az utazási keretben (beleértve a napidíjat is) azonban jelentős maradvány képződött, mert egyrészt a meghívott előadásainknál a meghívók fizették a költségek jelentős hányadát, másrészt az intézetünk átszervezését (MFA-ból TTK majd TTK-ból EK) hosszú ideig pénzügyi és adminisztrációs nehézségek kísérték. Ezt a maradványt természetesen vissza kívánjuk utaltatni az OTKA számlájára.

Az említett kutatások jelentős részét külföldi és hazai munkatársakkal együttműködve végeztük. Külföldi partnereink támogatását más források biztosították, és közülük érdemes kiemelni Martin Nowak (Harvard University) és Matjaz Perc (Maribor University) nevét. Munkánkhoz minden évben csatlakozott egy-két egyetemi hallgató folyamatosan változó névsorral, jelenleg négyen dolgoznak ilyen témán, de a hazai és külföldi érdeklődők száma folyamatosan növekszik. A projekt vezető kutatói azzal is segítik az evolúciós játékelmélet fejlődését, hogy aktívan vesznek részt a publikálási folyamatokban. A szerkesztőségi feladatok (Szolnoki) mellett évente 70-80 cikk bírálását végezzük. A kutatási feladatok mellett a projektvezető sok időt szentel a játékelmélet oktatására és kezdeményezte a játékelmélet középiskolai oktatásának elindítását abból a célból, hogy növekedjen a természettudományos gondolkodás társadalmi tekintélye és fokozzuk az egész társadalom számára hasznos tudatos együttműködést illetve egymást segítő magatartás mértékét.

Budapest, 2016. április 18.

Szabó György
MTA EK MFA