

OTKA-K-100288 Projekt Záróbeszámoló

1 Bevezető a Záróbeszámolóhoz

Az OTKA-K-100288 (2012-2015) kutatási szerződés 1 kutató és 2 diákja, és pedig a pályázatban névlegesen megnevezett doktorandusz (Trencsényi Réka), és a pályázatban “második hallgató”-ként megemlített Fizikus Hallgató (Kovács György) – illetve az említett 3 személy a témakörben keltett kollaborációi – kutatási tevékenységének tudományos eredményeit segítette elő. Ennek megfelelően, a záróbeszámoló ezen tudományos eredményeket foglalja össze az eredményeket publikáló nemzetközi referált fizikai és matematikai szakfolyóiratokban angol nyelven publikált cikkek alapján. Az említett cikkek száma 17 (lásd [1-17]), összimpaktfaktoruk 16.984, az összesen publikált oldalszám 256. Az elért eredmények alapján Trencsényi Réka 2015-ben PhD fokozatot szerzett (sikeres védés 2015 márciusában, lásd www.doktori.hu/index.php?menuid=113), 2014 júniusában Kovács György Fizikus BsC oklevelet szerzett és most van készülőben az MsC diplomamunkája (védés 2016 júniusban). Ezen túlmenően, mivel a kutatómunka a rendkívüli kihívó sokrészecskés nem-integrálható kvantummechanikai rendszerekre vonatkozó egzakt eredmények levezetésének módszertanát fejlesztette és alkalmazta – az alkalmazások pedig organikus periódikus rendszerekre vonatkoztak –, az eredmények megjelenését a nemzetközi tudományos közösség is kitüntetett figyelemmel kísérte: a 2012-2015 periódusban összesen 15 nemzetközi konferencia meghívott előadási felkérésünk volt (ezeket teljesítettük is) a világ különböző országaiban (Németország, Kína, India, Törökország, Olaszország és Spanyolország, lásd [19-33]) rendezett nemzetközi fizikai és matematikai konferenciákon. A meghívások 2015 utáni periódusra is kiterjedtek [35-37]. Ezen túlmenően, több nemzetközi konferencia (standard résztvevőként eredményeket bemutató és népszerűsítő szóbeli bemutatások) részvételünk is volt (pl. [18,34]), melyek kimutatását, itt hely híján részletesen nem adtam meg.

A Záróbeszámoló további része az elért tudományos eredmények bemutatását tartalmazza. Ez a fejezet rész, a kutatási tervnek megfelelően öt alfejezetet tartalmaz majd, amelyek az egydimenziós eredményekre, a kétdimenziós eredményekre, a korrelációs függvényekre, a külső terek hatására, és a technikai illetve módszertani továbbfejlesztésekre koncentrálnak. Az utolsó alfejezet röviden összefoglalja majd a talált, jellemzett és kimutatott új fizikai jelenségeket, effektusokat.

2 Az elért tudományos eredmények bemutatása

2.1 Egydimenziós állapotokra vonatkozó eredmények

Kváziegydimenziós nem-integrálható sokrészecskés kvantum rendszerek esetében több egzakt alapállapot levezetése történt meg mégpedig különböző vezető polimerek esetében amelyek lokális Coulomb kölcsönhatás figyelembevételével Hubbard típusú modellekkel voltak jellemezve periódikus határfeltételek jelenlétében. Ennek megfelelően, olyan ferromágneses fázist amely a Hamilton operátor kinetikus része által adott lapos sávot feltételez alacsonykoncentrációs határesetben, hexagonális cella [1], quadratikus cella [2], illetve ötszögű cella [6,8] esetében találtunk. Az ezen esetekben fellépő ferromágnesesség telített és lokalizált. Ezen esetek mind lapossáv ferromágnesesség keretei közé esnek amely a) alsó, és a kinetikus Hamilton operátor rész által létrehozott lapos sávot (bare flat band) ami b) pontosan félig töltött, c) minden csomóponton ható lokális Coulomb taszítást, és d) konnektivitási kondíciót (a lapos sáv geometriai térben

szomszédos egyrészecske Wannier állapotainak legalább egy csomóponton vett egymáshoz közeledése) követel meg. Igazoltuk azonban, hogy az előbb felsorolt laposság ferromágnesesség megjelenési kondíciói bármelyikének megszüntetésével továbbra is létezik ferromágneses fázis a rendszerben, amely viszont túllépi a laposság ferromágnesesség eddig ismert korlátait. Így, szintén alacsonykoncentrációs határesetben ferromágnesességet mutattunk ki úgy, hogy: i) a csomópontok nagy, (pl.70) %-án nem hat lokális Coulomb taszítás, Ref.[12]; ii) nincs konnektivitási kondíció a lapos sávban, Ref.[11]; iii) a kinetikus Hamilton operátor tag által létrehozott sávok mind diszperzívek (dispersive bare bands) Ref.[14,15,16]. Nagykoncentrációs határesetben azt is sikerült igazolni, iv) hogy ha a Hamilton operátor egyrészecske járuléka által adott sávszerkezet teljesen diszperzív, a kétrészecske kölcsönhatás képes "effektív" lapos sávot létrehozni, mely (ha legfelső sáv), félig töltött állapotban lokalizált és telítetlen ferromágnesességet, félig töltés felett pedig itineráns, vezető és telítetlen ferromágnesességet ad, félfém (half metal) formában Ref.[5, 10]. Hangsúlyozzuk, hogy i),ii),iii),iv) esetek a megkövetelt a),b),c),d) kondíciók bármelyikének megszüntetése mellett ferromágnesességet eredményeznek, és ezért az egzakt keretek között igazolt ferromágnesesség új kapuit nyitják meg. Az eredmények azt igazolják, hogy a feltárt új ferromágnesesség megjelenési lehetőségek lényegében dimenzió függetlenek, és fizikai okuk esetenként: i) a laposság egyrészecske, a geometriai térben lokalizált állapotainak mérsékelten kiterjedt mivolta, ii) az alsó lapos sáv egy felső diszperzív sávval egy pontban vett érintkezése, iii) a lapos sáv paraméterterben vett bizonyos fajta közelsége, illetve iv) a kétrészecske járulékok egyrészecske járulékokra vett közvetlen hatása. Ezen túlmenően olyan ferromágnesességet eredményező mechanizmust is igazoltunk amely a lokális Coulomb taszítás csomópontokkenti inhomogenitására alapul Ref.[5].

A félfém, paramágnes és ferromágnes fázisok mellett a szupravezető fázis vezető polimerekben vett megjelenési lehetőségeit is vizsgáltuk Ref.[3,16]. Megállapítottuk, hogy négyzetes cellájú rendszerek esetében csak extra kölcsönhatási tagokkal rendelkező (pl. szomszédos dupla-betöltések közötti vonzás) esetek eredményezhetnek ilyen fázist, ötszögű cellával rendelkező rendszerek esetében pedig igazoltuk, hogy legalábbis fononikus eredetű szupravezető állapot nem állhat elő.

Az ezen alfejezet eredményei meghívott nemzetközi konferenciaelőadások alkalmával a [24,25,28,29,33] alkalmakkor voltak bemutatva.

2.2 Kétdimenziós állapotokra vonatkozó eredmények

Egy négyzetes cellával rendelkező, mindkét irányban periódikus határfeltételekkel ellátott és Hubbard típusú Hamilton operátorral jellemzett itineráns rendszert tanulmányoztunk Ref.[7]-ben. A modell egy vezető nano-granulát jellemez, melyben mágneses tulajdonságokkal rendelkező atomok nincsenek jelen, és amelyben a töltéshordozók, a Coulomb taszítás miatt, csupán a felületi rétegben helyezkednek el és mozognak. Ilyen körülmények között megmutattuk, hogy kiskoncentrációs határesetben, anélkül hogy lapos sávok lennének jelen a rendszerben, az alapállapot egy rendkívül érdekes vortexes struktúrát ölt, mely a rendszernek ferromágneses tulajdonságokat kölcsönöz. Ha a rácscsomópontok száma a rendszerben növekedni kezd, a vortexes alapállapot struktúra eltűnik, és a rendszer a ferromágneses tulajdonságait elveszti. Az eredmény teljesen független a zárt felület formájától amelyben a töltéshordozók mozognak. Ez az eredmény azért érdekes mert lehetséges magyarázatot ad arra, hogy milyen okból kifolyólag, ha egy nemmágneses (szervetlen esetben pl. arany) de vezető (fémes viselkedésű) próbatest geometriai méreteit csökkenteni kezdjük, nanoskálán a próbatest ferromágnesessé válik (ezt kísérletileg tapasztalják). Megjegyzem, hogy e jelenség magyarázatára a szakirodalomban

más érvelés is publikálásra került, amely erős felületi spin-pálya kölcsönhatást feltételez. Ez esetben viszont a felület szimmetrikus, gömbfelülethez közelálló kell legyen hogy a hatás megjelenjen, a mi magyarázatunkkal ellentétben, mely ilyen megszorításokat (a kísérleti megfigyeléseknek megfelelően) nem feltételez.

A következő esetben, Ref.[9], egy hatszögű elemekből felépülő méhsejtrács típusú kétdimenziós itineráns rendszert vizsgáltunk szintén mindkét irányban periódikus határfeltételekkel, lokális Coulomb taszítás (U) jelenlétében, és kiskoncentrációs határesetben. A munkatervnek megfelelően, és az előzőleg bemutatott esettel ellentétes módon, ezúttal fermionikus operátorok nemlineáris kifejezéseinek kombinációja formájában volt az alapállapot hullámfüggvény levezetve. Az eredmények azt mutatták, hogy meglepő módon, $U \rightarrow \infty$ határesetben is a rendszer paramágneses marad kiskoncentrációs határesetben, mi több, alapállapot energiája szaturálódik a lokális Coulomb taszítás növekedésével. Mindez ezért érdekes, mert paramágneses állapotban, a dupla betöltésű csomópontok nagy száma mellett, U növekedése általában ezen állapot energiáját növeli, mi következtében, $U \rightarrow \infty$ határesetben, a rendszer általában ferromágneses állapotba megy át. Megállapítottuk, hogy ez a jelenség itt nem következik be mert az alapállapot hullámfüggvény azon komponenseinek, amelyek dupla betöltések jelenlétével kapcsolatosak, olyan aditív koefficiensekkel rendelkeznek, amelyek U növekedésével erőteljesen csökkennek. Így, $U \rightarrow \infty$ határesetben, ezen tagok jelen lévő, de elenyésző járulékot eredményeznek az alapállapot hullámfüggvénybe. Egy másik tapasztalt érdekesség az, hogy U változtatásával, az alapállapot hullámfüggvény több járulékanak koefficiense “reszketésszerű” (zittern) viselkedést mutat, mely optikai rácsban akkár kísérletileg is kimutathatóvá válhat. Mindez érzékelteti, hogy a 2D négyzetes és méhsejtrács sokrészesek szinten különböző képpen viselkedik, és mindezt a kísérleti észrevételek is alátámasztják (lásd pl. grafén).

Az ezen alfejezet eredményei meghívott nemzetközi konferenciaelőadások alkalmával a [23,26,30] alkalmakkor voltak bemutatva.

2.3 Korrelációs függvények tanulmányozása

A levezetett egzakt alapállapot által meghatározott korrelációs függvények intenzív tanulmányozására Ref.[5]-ben került sor. Az alapállapot egy rendkívül érdekes állapot mely vezető polimérre volt levezetve, félig töltött rendszertöltés felett jelentkezik nagykoncentrációs határesetben, mégpedig olyan szituációban, amikor a legfelső sáv félig töltött állapot felett van betöltve. Ezen helyzet fizikailag azért érdekes, mert a nemkölcsönható rendszer sáv szerkezete diszperzív felső sávval rendelkezik eredetileg, de ezen diszperzív sávból a kölcsönhatás effektív lapos sávot állít elő. Ezen effektív sávban félig töltés felett egy félfém (half metal) állapot jelentkezik, mely töltéshordozóinak egy adott rögzített spinvetülettel rendelkező hányada teljesen lokalizált, a másik spinvetülettel rendelkező töltéshordozók azonban mozoghatnak, és ezáltal a rendszer telítetlen itineráns ferromágnes tulajdonságot mutat, és így pl. spintronicsban potenciálisan alkalmazható. A pontos alapállapot ismeretében először \mathbf{i} csomóponttól vett indulás $\mathbf{i} + \mathbf{r}$ csomópontra vett érkezés korrelációkat számoltunk, melyek lényegében hosszútávú ugrási amplitudóként is felfoghatók. Igazoltuk (5. fejezet), hogy a töltéshordozó viselkedés matematikailag végeredményben rácsban mozgó szabad elektron szerű, tehát mindannak ellenére, hogy az állapotot lapos effektív sáv hordozza, a rendszer nem lokalizált. Mindezek után a spin-spin, illetve sűrűség-sűrűség korrelációs függvények kiszámítására került sor (6. fejezet). A spin-spin korrelációs függvény segítségével igazoltuk hogy a rendszerben ténylegesen mágneses hosszútávú térbeli rendezettség van jelen. A sűrűség-sűrűség korrelációs függvény kifejezése nagy \mathbf{r} esetében véges (nemzéró) értéket mutat, de kis távolságokon amplitudója erősen lecsökken, ami igazolja, hogy erős rövid hatótávolságú fluktuációk

vannak a rendszerben jelen.

Az előbbieken túlmenőleg, Couper pár - Couper pár térbeli korrelációs függvényeket is vizsgáltunk (off-diagonal long-range order) vezető polimérekben, Ref.[3]. Tiszta Hubbard típusú lokális Coulomb tasztítást tartalmazó rendszerekben ilyenfajta rövid hatótávolságú korrelációkat találtunk ugyan kiskoncentrációs határesetben, de megállapítottuk, hogy ezek hosszútávú fennmaradása érdekében, a rendszerben extra vonzó jellegű kölcsönhatások kéne szerepeljenek, mint pl. rövidtávú duplabetöltés-duplabetöltés vonzás.

Az ezen alfejezet eredményei meghívott nemzetközi konferenciaelőadások alkalmával a [22,27,33] alkalmakkor voltak bemutatva.

2.4 Külső terek hatásának tanulmányozása

A külső terek hatásának az alapállapotra vett intenzív tanulmányozására a Ref.[13]-ban került sor. Ezen publikációban, a statikus mágneses és a statikus elektromos tér különálló, vagy együttes hatásának figyelembevétele történt meg. Megállapítottuk, hogy a külső mágneses tér esetében matematikailag a hatás a Peierls fázisfaktorok révén valósul meg a hopping mátrixelemekben, a külső elektromos tér esetében pedig, lokális alkalmazási lehetőségeket is figyelembe véve, a lokális egyrészecske potenciálokban jelenik meg matematikailag a tér jelenléte. Mivel a Hamilton operátor paramétereinek értéke egyértelműen befolyásolja a különböző fázisok fellépési lehetőségeit és tulajdonságait, ebből következik, hogy a statikus külső terek jelenléte egyrészt megváltoztatja a különböző fázisok megjelenésének fázisdiagram területeit és jellemzőit, másrészt, bizonyos fázisdiagram tartományokon új fázisok megjelenését segíthetik elő, olyanokét, amelyek külső terek hiányában ott nem voltak jelen. Az itt felsorolt megállapítások lényegében dimenziótól függetlenek. Példaként, konkrétan politiofén vagy polipirrol típusú ötszögű cellával rendelkező vezető polimérek esetében megmutattuk, hogy a kiskoncentrációs, lapos sáv jelenlétéhez kötött ferromágneses fázis megjelenési fázisdiagram tartománya külső terek jelenlétében gyakorlatilag megduplázódik úgy, hogy ferromágneses fázis új fázisdiagram tartományokon is megjelenik.

Szintén a külső bozonikus tér hatásaként fogható fel a fononikus alrendszer hatása a kialakult állapotokra. Ténylegesen, a használt Hamilton operátor amelyből a rendszer alapállapotai levezetésre kerültek teljes egészében az elektronikus alrendszert jellemzi. A fononok hatása e alrendszerre úgy értelmezhető tehát mint egy bozonikus külső tér hatása az elektron alrendszerre. Ezen hatás, az elektron alrendszer által létrehozott ferromágneses állapot esetében a [16,17] cikkekben volt elemezve. Az eredmények azt mutatják, hogy legalábbis alacsonyhőmérsékleti tartományban, a rácsrezgéseknek elenyésző hatásuk van a vezető polimérekben létrejövő ferromágneses fázis kialakulására. A fononikus járulékok tanulmányozása során, Ref.[16]-ban az adimenziós elektron-fonon kölcsönhatás (λ) nagyságát is meghatároztuk ötszögű cellával rendelkező vezető polimérek esetében. Ennek értékét összehasonlítva a szintén kiszámolt renormált Coulomb csatolás (μ^*) nagyságával kiderült, hogy a tanulmányozott rendszerekben, legalábbis a fononikus mechanizmuson alapuló szupravezető fázis megjelenése nem lehetséges.

Az ezen alfejezet eredményei meghívott nemzetközi konferencia előadások alkalmával a [30,31,33] alkalmakkor voltak bemutatva.

2.5 A technikai és módszertani továbbfejlesztések

A technikai továbbfejlesztések első lépése az volt, hogy nem-integrálható rendszerek esetében megmutattuk hogyan lehetséges egzakt megoldások szintjén egy megjelenő fázis fázisdiagramban elfoglalt helyének nagy kiterjedését igazolni, Ref.[1]. Az eljárás abban áll, hogy két különböző pozitív szemidefinites felbontását hajtjuk végre a rendszer Hamil-

ton operátorának, majd mindkét felbontáshoz tartozó alapállapotot levezetjük. Ha az így kapott két különböző alapállapot kvalitatíve ugyanazon F fázist eredményezi, akkor abból eredőleg, hogy a két különböző pozitív szemidefinites felbontás mindig a fázisdiagram különböző tartományaira visz, következik, hogy az F fázis mindkét felbontásból eredő tartományon együttesen létezik. Mindezt Ref.[1]-ben polifenilén típusú polimérekben megjelenő ferromágneses fázis esetében példáztuk.

A második technikai továbbfejlesztés Ref.[10]-ben történt, és azzal kapcsolatos, hogy hogyan lehetséges nem-integrálható rendszerekre vonatkozó egzakt megoldások szintjén a kölcsönhatás sávszerkezetre vett hatását vizsgálni, azaz a kölcsönhatás által létrehozott effektív sávszerkezet által keltett folyamatokat tanulmányozni. Az eljárás nyitja az, hogy a kölcsönhatási Hamilton operátor tagot olyan formában kell pozitív szemidefinit formára hozni, hogy ezen forma additív módon és operátorokkal kifejezett egyrészecske járulékot is tartalmazzon. Ez utóbbi, a Hamilton operátor kinetikus tagjaihoz kapcsolódik majd a teljes Hamilton operátor pozitív szemidefinites formára való felbontásakor. Az eljárást Ref.[10]-ben egy tetszőlegesen bonyolult cellával rendelkező vezető kvázi egydimenziós rendszerben ható lokális Coulomb kölcsönhatás esetében példáztuk.

A módszertani továbbfejlesztések harmadik része a közvetlenül nem-lineáris fermionikus konstrukciókra épített eljárások továbbfejlesztése volt. Az alapállapot hullámfüggvényben ezen tagok közvetlen alkalmazása a Ref.[9]-ben történt meg. A pozitív szemidefinites felbontásban való alkalmazása ezen járulékoknak a Ref.[14,15]-ben valósult meg. A nem-lineáris tagoknak a Hamilton operátor felbontásában vett alkalmazása azért fontos, mert lehetővé teszi olyan pozitív szemidefinit formák kialakítását amelyekben egyszerre jelennek meg úgy a kinetikus, mint a kölcsönhatási járulékok. Az eredményeink azt mutatják, hogy ilyen esetben a fedési egyenletek (ezek teremtenek kapcsolatot a Hamilton operátor paraméterek és a pozitív szemidefinites formákat kialakító blokk operátor paraméterek között) sokkal bonyolultabb nem-lineáris struktúrával rendelkeznek mint lineáris fermionikus kombinációk alkalmazása esetében. Ezen bonyolultsági fok következtében a fedési egyenleteket (mint nagyszámú ismeretlen tartalmazó nem-lineáris egyenletrendszer), egy realizisztikus leírómodell esetében numerikusan lehet általában csak kezelni, és a nem-linearitás miatt a megoldásokat nagy pontossággal kell ismerni (levezetni). Ezen cél elérése érdekében egy számítógépes programot dolgoztunk ki amely sztohasztikusan generálja az egyenletrendszer ismeretleneinek egy részét úgy, hogy a megmaradt ismeretlenek együttesen egy lineáris egyenletrendszert alkotnak, amelyet a program megold. A fedési egyenletek mellett olyan egyenleteket is figyelembe véve amelyek a pozitív szemidefinit operátorok hullámfüggvényre vett hatásából eredő információkat is tárolnak, így alkalom adódik a legkisebb energiájú sajátérték stohasztikus megközelítésére, és ezáltal az alapállapot kifejezésére. A Ref.[14,15]-ben példázatként ferromágneses állapot kimutatása történt meg ilyen formában.

Megjegyzem, hogy a teljes és részletes technikai eljárás, a fokozatos módszertani fejlesztéseket is figyelembe vevő változatai Ref.[4,5,6,14,15] publikációkban voltak megjelentetve. Továbbmenőleg, a technikai eljárás eredményei meghívott nemzetközi konferencia előadások alkalmával a [19,20,21,23,26,32], illetve rendes konferenciabemutatók, pl. [18,34], alkalmakkor voltak előadva. A teljes és részletes technikai eljárás eredményekkel alátámasztott bemutatása van a következő meghívásokra is [35-37] betervezve.

2.6 A kimutatott új fizikai jelenségek, effektusok, hatások

Az elkövetkezőkben, hely híján röviden összefoglalom az OTKA-K-100288 kutatási projektben kimutatott új fizikai hatások, effektusok, illetve jelenségeket a publikációs adatok feltüntetésével együtt, sorszámokkal ellátva: 1) Fémek, mágneses atomokat nem tartal-

mazó vezető granulák méreteinek csökkentése során nanoskálán mágneses tulajdonságot nyernek [7]; 2) Méhsejtrácsban jelen lévő lokális Coulomb taszítás “reszketésszerű” hatással van az alapállapotú hullámfüggvényre [9]; 3) Lapos sávot igénylő ferromágnesesség a lapos sávban hiányzó konnektivitási kondíció nélkül [11]; 4) Lapos sávot igénylő ferromágnesesség a csomópontok nagy hányadán hiányzó lokális Coulomb taszítás nélkül [12]; 5) Lapos sáv típusú ferromágnesesség teljesen diszperzív, a Hamilton operátor kinetikus tagja által adott sáv szerkezettel [5]; 6) Kölcsönhatás által létrehozott effektív lapos sáv jelensége [10]; 7) Vezetőként viselkedő lapos sáv [5]; 8) Polifenilén láncban fellépő ferromágnesesség kiskoncentrációs határesetben [1]; 9) Ötszögű cellával rendelkező vezető polimerekben kis és nagykoncentrációs határesetben fellépő ferromágnesesség [5,6,8]; 10) Lokális Coulomb taszítás csomópontokon vett inhomogenitása következtében fellépő ferromágnesesség [5]; 11) Rácsrezgések hatástalansága az ötszögű cellával rendelkező vezető polimerekben kialakuló ferromágneses fázis létrejöttére [16]; 12) Fononikus eredetű szupravezető fázis hiánya ötszögű cellával rendelkező polimerekben [16]; 13) A vezető polimerekben csak p és s típusú pályák vannak jelen. Az ezen rendszerekben pontos eszközökkel kimutatott ferromágneses fázisok (pl. [1,5,8,11-13]), egzakt bizonyítékai annak, hogy tisztán (s, p) orbitálokat tartalmazó rendszerekben mágneses tulajdonságok és ferromágnesesség felléphet.

References

- [1] R. Trencsényi, Z. Gulácsi, *The emergence domain of an exact ground state in a non-integrable system: the case of the polyphenylene type of chains*, Phil. Mag. **92**, 4657-4673, (2012).
- [2] E. Kovács, Z. Gulácsi, *Exact ground states for quasi 1D systems with Hubbard interaction*, Jour. of Nano and Electr. Phys. **4**, 01004-1 - 01004-6, (2012).
- [3] E. Kovács, Z. Gulácsi, *Electron pairs in the ground states of chain structures* Jour. of Superc. and Novel Magn. **26**, 1781-1786, (2013).
- [4] Z. Gulácsi, *Exact results for non-integrable systems*, Jour. Phys. Conf. Ser. **410**, 012011-1 - 012011-4, (2013).
- [5] Z. Gulácsi, *Exact ground states of correlated electrons on pentagon chains*, Int. Jour. Mod. Phys. B. **27**, 1330009-1 - 1330009-64, (2013).
- [6] Z. Gulácsi, M. Gulácsi *Exact results for non-integrable systems: application on pentagon chains in the below system half filling concentration region*, Aditi Jour. of Mathem. Phys. **4**, 45-76, (2013).
- [7] E. Kovács, R. Trencsényi, Z. Gulácsi, *Magnetic nano-grains from a non-magnetic material: a possible explanation*, IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. and Engin. **47**, 012048-1 - 012048-8, (2013).
- [8] M. Gulácsi, Gy. Kovács, Z. Gulácsi, *Exact ferromagnetic ground state of pentagon chain*, Phil. Mag. Lett. **94**, 269-277, (2014).
- [9] R. Trencsényi, K. Glukhov, Z. Gulácsi, *Exact ground state for the four electron problem in a 2D honeycomb lattice*, Phil. Mag. **94**, 2195-2223, (2014).
- [10] Z. Gulácsi, *Interaction-created effective flat bands in conducting polymers*, Eur. Phys. Jour. B. **87**, 143-1 - 143-11, (2014).
- [11] M. Gulácsi, Gy. Kovács, Z. Gulácsi, *Flat band ferromagnetism without connectivity condition in the flat band*, Europhys. Lett. **107**, 57005-1 - 57005-6, (2014).
- [12] M. Gulácsi, Gy. Kovács, Z. Gulácsi, *An extension to flat band ferromagnetism*, Mod. Phys. Lett. B. **28**, 1450220-1 - 1450220-13, (2014).

- [13] Gy. Kovács, Z. Gulácsi, *Pentagon chains in external fields*, Phil. Mag. **95**, 3674-3695, (2015).
- [14] Gy. Kovács, K. Glukhov, Z. Gulácsi, *Quadrilateral quantum chain Hamiltonian cast in positive semidefinite form containing non-linear fermionic contributions*, Wseas Trans. Appl. and Theor. Mech. **10**, 187-193, (2015).
- [15] Z. Gulácsi, *Deducing exact ground states for many-body non-integrable systems*, Int. Jour. Math. Mod. and Meth. in Appl. Sci. **9**, 691-699, (2015).
- [16] M. Gulácsi, M. A. M. El-Mansy, Z. Gulácsi, *Electron-phonon interactions in conducting polymers*, Phil. Mag. Lett. submitted manuscript TPHL-15-Dec-0158, accepted for publication, (2015).
- [17] M. Gulácsi, Z. Gulácsi, *Emergence of ferromagnetism in conducting polymers in the presence of lattice vibrations*, Mod. Phys. Lett. B., submitted manuscript MPLB-D-15-00582 (2015).
- [18] Z. Gulácsi, *Exact ground states derived for non-integrable systems*, International Conference on Mathematical Modeling in Physical Sciences, IC-MSQUARE-2012, Budapest, Contributing Oral Presentation, 7 September 2012.
- [19] Z. Gulácsi, *Exact ground states for non-integrable systems: solutions relevant to flat band cases*, International Workshop on Localized Excitations in Flat-Band Models, University Göttingen, Germany, Invited Talk, Presentation date: 13 April 2012.
- [20] Z. Gulácsi, *Exact ground states for non-integrable systems: Results derived for chain structures*, BIT's 2nd Annual World Congress of Nano Science and Technology, Qingdao, China, Invited Talk, Presentation date: 28 October 2012.
- [21] Z. Gulácsi, *Positive semidefinite operators used in the exact study of non-integrable many-body systems*, International Conference on Mathematical Sciences, Nagpur, India, Invited Talk, Presentation date: 28 December 2012.
- [22] Z. Gulácsi, *Exact results via positive semidefinite operators relating bare and effective flat bands*, International Focus Workshop on Flat Bands: Design, Topology, and Correlations, Max-Planck-Institut für Physik Komplexer Systeme, Dresden, Germany, Invited talk, Presentation date: 7 March 2013.
- [23] Z. Gulácsi, *Positive semidefinite operators used in the description of quantum mechanical many-body systems*, Sciences Workshop, Otto von Guericke University Magdeburg, Germany, Invited Talk, Presentation date: 7 June 2013.
- [24] Z. Gulácsi, *Ferromagnetism in highly doped conducting polymers*, International Conference on Nanoscale Magnetism ICNM-2013, Istanbul, Turkey, Invited Talk, Presentation date: 5 September 2013.
- [25] Z. Gulácsi, *A new mechanism producing ferromagnetism in conducting polymers*, 3rd Annual World Congress of Nanoscience and Nanotechnology (organized under the auspices of Euro-Asia Economic Forum 2013), Xian, China, Invited Talk, Presentation date: 27 September 2013.
- [26] Z. Gulácsi, *Exact results for non-integrable quantum mechanical many-body systems via positive semidefinite operators*, International Conference on Recent Advances in Mathematics, University Nagpur, Nagpur, India, Invited Talk, Presentation date: 22 Jan. 2014.
- [27] Z. Gulácsi, *Ferromagnetism in doped conducting polymers: description technique, results and mechanism*, International Energy Materials and Nanotechnology East Meeting EMN-2014, Beijing, China, Invited Talk, Presentation date: 14 May 2014.
- [28] Z. Gulácsi, *Ferromagnetism in the low concentration limit in conducting polymers with pentagon cell*, 4th Annual World Congress of Nanoscience and Nanotechnology, Nano S&T-2014, Theme: Leading new industrial revolution wave, Qingdao, China, Invited Talk, Presentation date: 30 October 2014.

- [29] Z. Gulácsi, *Exact study of ferromagnetism in conducting polymers via positive semidefinite operator properties*, International Conference on Emerging Trends in Applied Sciences and Mathematics, Nagpur, India, Invited Talk, Pres. date: 23 April 2015.
- [30] Z. Gulácsi, *Condensed Matter Techniques Used for the Study of Magnetic Properties of Conducting Polymers*, 4th Annual World Congress of Advanced Materials, Chongqing, China, Invited Talk, Presentation date: 29 May 2015.
- [31] Z. Gulácsi, *Exact results relating ferromagnetism in conducting polymers*, Sciences Workshop, Shenyang National Laboratory for Material Sciences, Institute of Metal Research, Shenyang, China, Invited Talk, Presentation date: 1 June 2015.
- [32] Z. Gulácsi, *Quantum chain Hamiltonian cast in positive semidefinite form with non-linear terms*, 6th International Conference on Applied Informatics and Computing Theory, Salerno, Italy, Invited Talk, Presentation date: 29 June 2015.
- [33] Z. Gulácsi, *Ordered Phases in Conducting Polymers: Description Procedure and Deduced Results*, Energy Materials and Nanotechnology International Meeting EMN-Spain 2015, Donostia-San Sebastian, Spain, Invited Talk, Presentation date: 3 September 2015.
- [34] Z. Gulácsi, *Positive semidefinite operators used in deducing exact ground states for many-body non-integrable systems*, 18th International Conference on Recent Progress in Many-Body Theory, Buffalo, USA, Contributing Presentation, 16 Aug. 2015.
- [35] Chinese Academy of Sciences, Shenyang National Laboratory-tól kapott 3 hónapos meghívás 2016 márc. 1 - 2016 május 31 periódusban a Shenyangi Akadémiai Kutatóintézetbe tudományos kollaboráció végett (ottléti költségek teljes fedezésével); (Prof. Zhang Zhidong, e-mail: zdzhang at imr.ac.cn).
- [36] 3rd International Summer School on Exact and Numerical Models of Low Dimensional Quantum Structures, Ankara 2016, 8 órai előadást lefedő előadónak hívott meg (teljes költségek fedezésével); (Prof. Hans Peter Eckle, e-mail: hanspetereckle at googlemail.com).
- [37] Center for Theoretical Physics of Complex Systems, Daejeon, South Korea meghívása a “Designing and Perturbing Flatband Networks in Condensed Matter and Photonics” workshopra előadóként (Sept. 2017) (a teljes ottléti és részleges útiköltségek fedezésével); (Prof. Sergej Flach, e-mail: sergejflach at gmail.com).